Università degli Studi Roma Tre
Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Matematica

Tesi di Laurea in Matematica di
Davide Rossi

Metodi di ottimizzazione per problemi di distribuzione

Relatore
Prof. Marco Liverani

per

Posteitaliane

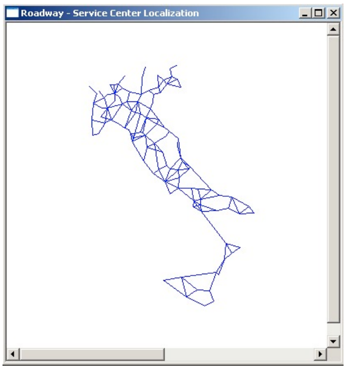
in collaborazione con

Progetti & Tecnologie

azienda del gruppo

QUATTRO EMME

Scopo della tesi

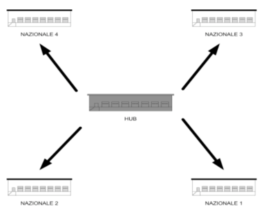


Fissati 2 *hub* localizzare i *Centri di Servizio Nazionali* e i *Centri di Servizio Provinciali* disposti lungo la rete di trasporto nazionale.

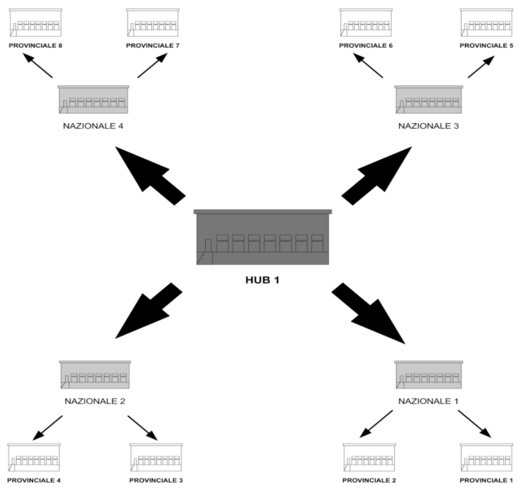
Distribuire gli impianti attivati (Centri di Servizio), che ottimizzano la funzione obiettivo, su una *rete a stella*, caratterizzata da tre livelli (Hub, Nazionale, Provinciale).

Funzione obiettivo

Minimizzare le spese in funzione del costo di attivazione degli impianti e del costo del servizio di smistamento e consegna dei prodotti postali.



Rappresentazione della rete



Definizione dei vincoli per il problema

- Numero di livelli per il problema generalizzato (3 livelli per le Poste Italiane)
- Numero di centri da attivare per ogni livello
- Costo di attivazione del centro di servizio
- Domanda del cliente
- Mezzo di trasporto impiegato (capacità, velocità consumo, pedaggio autostradale)
- Costo del trasporto in funzione della distanza, del tipo di mezzo e della tipologia di strada (statale, superstrada, autostrada)

Definizione della funzione obiettivo

1. l'impianto $u \in U$ è aperto o chiuso;
2. il cliente $v \in V$ è assegnato o no all'impianto $u \in U$.

Possiamo quindi associare una variabile $x_u \in 0, 1$ ad ogni evento del tipo 1 ed una variabile $y_{vu} \in \{0, 1\}$ ad ogni evento del tipo 2. Avremo quindi che

$$\begin{cases} x_u = 1 & \text{impianto } u \in U \text{ aperto} \\ x_u = 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{vu} = 1 & \text{cliente } v \in V \text{ assegnato all'impianto } u \in U \\ y_{vu} = 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

A ciascun evento elementare di tipo 1 è associato un costo elementare $f_u > 0$ mentre, a ciascun evento elementare di tipo 2 è associato uno costo $c_{vu} \geq 0$. La funzione obiettivo può quindi essere scritta nella forma

$$Z_{LP} = \min \sum_{u \in U} \sum_{v \in V} c_{vu} y_{vu} + \sum_{u \in T} f_u x_u$$

Formulazione della funzione costo

Dato il grafo G indichiamo con i nodi $v \in V$ e $u \in V$ rispettivamente i potenziali clienti e i potenziali centri di servizio. La funzione costo è quinidi definita nel modo seguente:

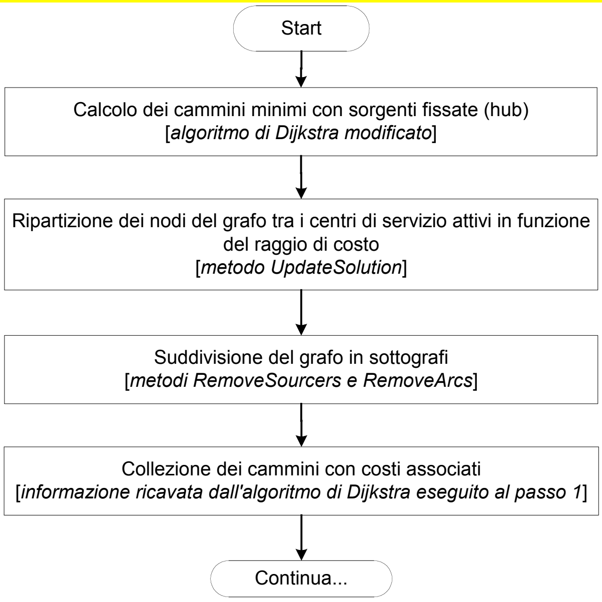
$$c_{uv} = d_v(l_{uv} t)$$

dove d_v è la domanda del cliente v, l_{uv} è la lunghezza del cammino da u a v, t è il costo di trasporto della merce per unità di peso (Kg), unità di distanza (Km) e tipologia di strada (Autostrada, Superstrada, Strada Statale) in funzine del tipo di mezzo impiegato.

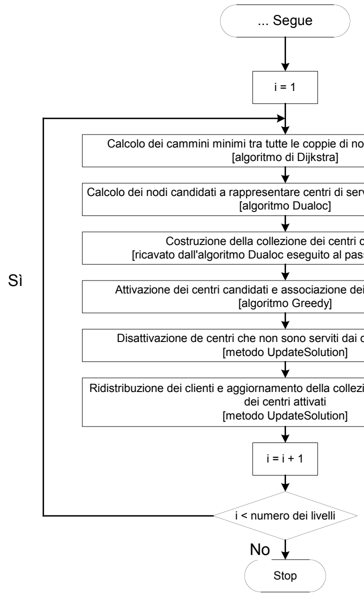
Formulazione del problema

$$Z_{LP} = \begin{cases} \min\{\sum_{u \in U} f_u x_u + \sum_{v \in V} \sum_{u \in U} c_{vu} y_{vu}\} & \\ \sum_{u \in U} y_{vu} = 1 & v \in V \\ x_u - y_{vu} \geq 0 & u \in U, v \in V \\ -x_u \geq -1 & u \in U \\ x_u \geq 0, y_{vu} \geq 0 & u \in U, v \in V \end{cases}$$

Schema generale della soluzione (1/2)



Schema generale della soluzione (2/2)



Formulazione generale

$$\begin{cases} \min\{c^T x\} \\ x \in P \\ x \in \{0,1\}^n \end{cases}$$

$$P = \{x \in \mathbb{R}^n : Hx \geq d\}$$

$$S \subseteq \{0,1\}^n \ (\textit{regione ammissibile})$$

Metodo del Simplesso Dinamico Duale

1. Definire un sottoproblema parziale iniziale $\min\{c_D^T z \in \mathbb{R}^q : D_z \geq d, z \geq 0_q\}$ (problema corrente) con $D = D_0$ sottomatrice di H con $q \ll m$ righe ed n colonne, con c_D sottovettore di c corrispondente a D e con $P_0 = \{z \in \mathbb{R}q : D_z \geq d, z \geq 0_q\}$ limitato e non vuoto.

2. Risolvere il problema corrente $\min\{c_D^T z \in \mathbb{R}^q : D_z \geq d, z \geq 0_q\}$ utilizzando il Metodo del Simplesso. Siano $\bar{z}$ e $\bar{\lambda}$ la coppia di soluzioni ottime per il primale e per il duale del problema corrente.

3. Applicare l'Algoritmo di Generazione di Colonne per generare una colonna con costo ridotto negativo rispetto a $\bar{\lambda}$. Se tale colonna viene generata, aggiungerla al problema corrente e tornare al passo 2.

4. Se, invece, nessuna colonna con costo ridotto negativo viene generata, allora tutte le colonne hanno costo ridotto positivo o nullo ed il vettore $\bar{x} = (\bar{z}, 0_{n-q})$ è una soluzione ottima del problema originario.