

# Graph Drawing

Stefano Spensieri

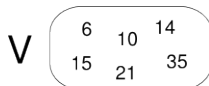
Università Roma Tre

28 ottobre 2009

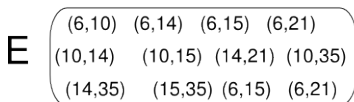
# La struttura Grafo

Un **grafo**  $G$  é una struttura astratta composta da una coppia di insiemi  $(V, E)$  con:

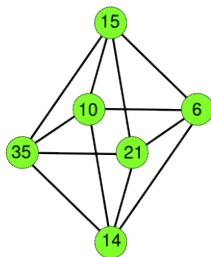
- $V$  insieme di elementi
- $E$  insieme di relazioni fra coppie di elementi



alcuni numeri naturali



la relazione "avere un fattore in comune"



Il **Graph Drawing** affronta il problema di dare forma concreta a tale struttura, realizzandone un disegno

# Alcune tappe del Graph Drawing

- 1960 **Tutte**: primo algoritmo per il disegno: metodo baricentrico;
- 1963 **Knuth**: algoritmo per la visualizzazione di diagrammi di flusso;
- 1974 **Hopcroft, Tarjan**: planarity test;
- 1984 **Eades**: primo algoritmo Force Directed;
- 1994-99 Bibliografia annotata e successiva pubblicazione del libro Graph Drawing di **Di Battista, Eades, Tamassia, Tollis**;
- dal 2000 grande impulso nella ricerca, fra i nomi piú noti vi sono **Bertolazzi, Biedl** (disegno in tre dimensioni), **Didimo, Liotta, Papakostas** (disegno ortogonale), **Patrignani** (risultati sulla complessitá computazionale).

Per ogni problema di produzione di disegni (layout) possiamo formulare un equivalente **problema di ottimizzazione combinatoria**

- insieme  $A$  delle **soluzioni ammissibili**: composto dai disegni che rispettano i **vincoli del modello** scelto;
- **funzione obiettivo**  $f$ , che esprime in forma numerica i **parametri estetici** che si vuole ottimizzare.

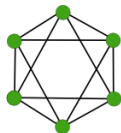
Le fasi del problema possono dunque essere schematizzate in:

- scelta del modello;
- scelta dei parametri estetici da perseguire, attenendosi al modello;
- implementazione di un opportuno algoritmo per la ricerca della soluzione ottima (o approssimata).

# La scelta del modello

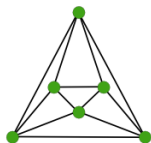
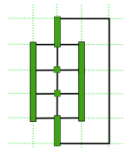
É possibile utilizzare differenti **modelli** e perseguire differenti **parametri estetici** per la realizzazione del disegno, scelti a seconda della finalit  applicativa che il disegno vuole raggiungere.

Alcuni esempi:



**Massimizzare le simmetrie** svela gli isomorfismi nella struttura.

**Modello ortogonale a griglia**, utile per la progettazione di circuiti.

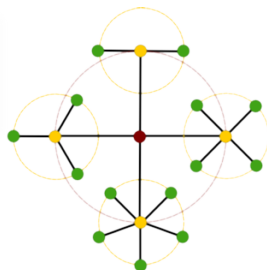


**Minimizzare le intersezioni**, ottenendo dove possibile un disegno planare, favorisce la comprensione del disegno.

La classe **albero radicato** merita una trattazione separata

- per le numerose applicazioni pratiche;
- per l'esistenza di algoritmi efficienti che ottengono disegni con notevoli qualità estetiche, se ristretti a questa classe di grafi.

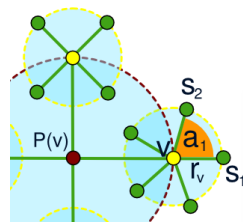
L'elementare modello a **Gerarchia Orizzontale** dispone i vertici figli un livello al di sotto del padre. ↓



Il modello **Parent Centered** dispone ricorsivamente i vertici figli lungo una circonferenza di centro il padre. ↑

# Modello Parent Centered

L'aspetto critico dei disegni Parent Centered é la determinazione del raggio  $r_v$  della circonferenza centrata nel vertice  $v$  e dell'angolo  $\alpha_s$  fra un vertice  $s$  e il consecutivo sulla stessa circonferenza.



**Balloon Fractal** divide la circonferenza equamente fra tutti i vertici che la occupano, e pone

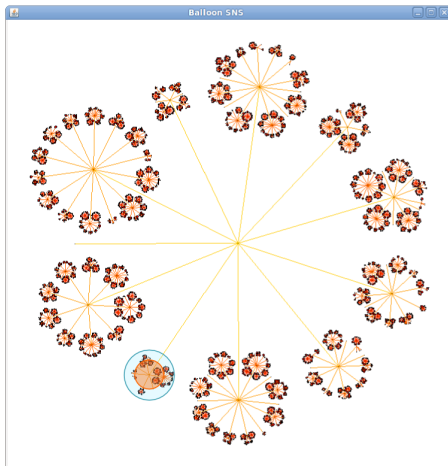
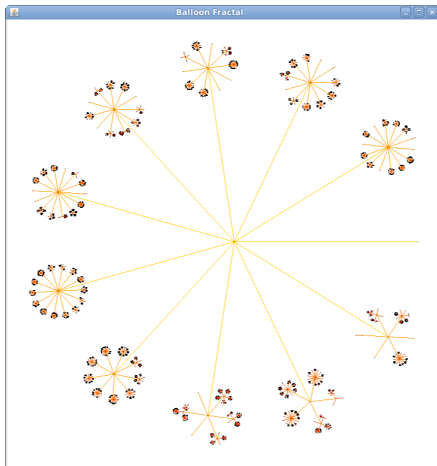
$$r_v = r_{P(v)} \sin\left(\frac{\pi}{h}\right) / 2$$

**Balloon SNS** (Subtrees of Non-uniform Size) assegna ai vertici figli settori circolari di ampiezza proporzionale alla dimensione dei loro sottoalberi, secondo le formule:

$$r_v = \max \left\{ 1.1 R_{\max}, \sum_{i=1, \dots, h} R_{S_i} / \pi \right\} \quad R_v = r_v + R_{\max}$$

$$a_j = (R_j + R_{j-1}) / r_v$$

# Modello Parent Centered



Lo stesso albero, con piú di 8000 vertici su 6 livelli, visualizzato con due differenti strategie



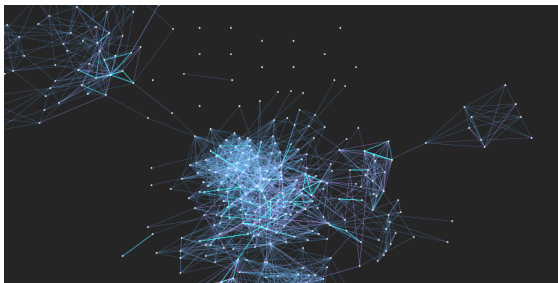
Le strategie **Force Directed** sono largamente utilizzate per la visualizzazione di grafi con elevato numero di vertici e sfruttano la seguente strategia:

- 1 **modellizzazione**: i vertici del grafo vengono assimilati a punti materiali, che esercitano fra loro forze attrattivo-repulsive; tali forze vengono definite a seconda dei parametri estetici che si perseguono.
- 2 **ricerca della configurazione di equilibrio**: fissato il sistema di forze, partendo da una configurazione iniziale data, si procede attraverso varie iterazioni alla ricerca di una configurazione che minimizzi l'energia totale del sistema.

# Strategie Force Directed

La strategia é utile per la visualizzazione di tutte le caratteristiche estetiche legate alle **relazioni** e alle distanze fra vertici:

- significativitá della distanza euclidea;
- raggruppamento in **cluster**;
- riconoscimento di **sottografi isomorfi**;
- visualizzazione di **simmetrie**;
- risoluzione dei vertici;



Il **Disegno Ortogonale a Griglia** ammette solo valori discreti per le coordinate dei vertici e per le pieghe degli spigoli; i lati dei vertici e i segmenti costituenti gli spigoli sono paralleli agli assi principali.

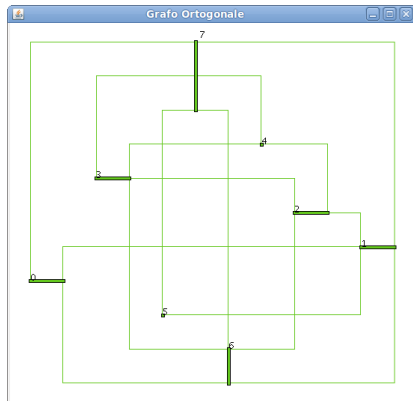
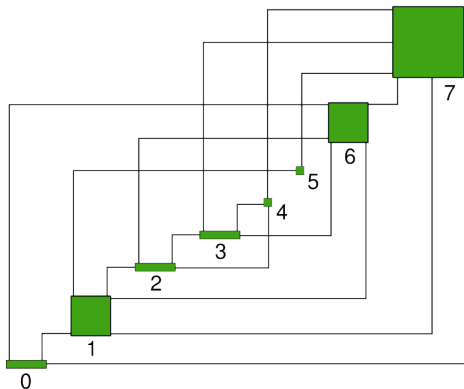
**Point Drawing:** i vertici sono punti della griglia; con questa restrizione é possibile disegnare solo vertici di grado minore o uguale a 4;

**Box Drawing:** si ammettono vertici di forma rettangolare, in modo da generalizzare il modello.

Le principali funzioni obiettivo (da minimizzare) in questo modello sono:

- numero di pieghe per spigolo;
- area del disegno;
- lunghezza totale degli spigoli;
- numero di incroci fra spigoli;

# Modello Ortogonale

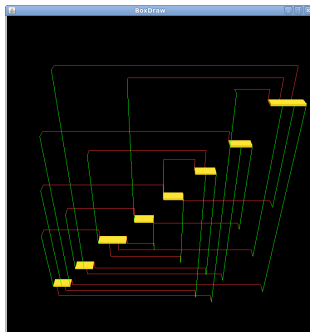


Una fase di pre-ordinamento dei vertici é determinante per limitare il volume del disegno, nel caso in cui si dispongano i vertici in **posizione generale**; per realizzare il disegno di destra si é applicato l'**st-ordering**.

# Disegni in 3 dimensioni

La strategia **Lifting Half Edge** consiste nel tracciare uno spigolo utilizzando un unico  $X$ -segmento e un unico  $Y$ -segmento; assegnando differenti  $Z$ -piani agli  $X$ -segmenti e agli  $Y$ -segmenti, si evitano gli incroci.

In particolare, partendo da disegni bidimensionali con una sola piega per spigolo, é possibile costruire un grafo utilizzando solo 2  $Z$ -piani.

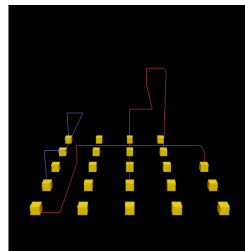
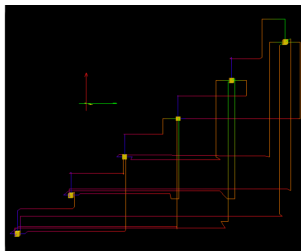
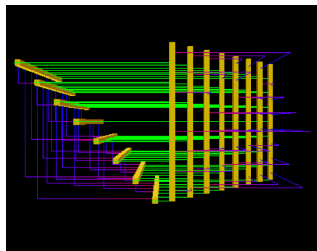


# Disegni in 3 dimensioni

Il modello piú diffuso per il disegno in tre dimensioni é il modello **Ortagonale a Griglia**, generalizzazione del modello bidimensionale.

Gli algoritmi per il disegno automatizzano la costruzione di layout, con particolare attenzione a parametri di tipo fisico, quali:

- il volume del disegno;
- il numero di pieghe per spigolo;
- il numero di livelli che il disegno utilizza.





tratta da xkcd.com

**FINE**



tratta da xkcd.com

**FINE**