

Corso di laurea in Matematica
Sistemi dinamici – Primo Modulo

PROVA D'ESONERO DELL' 11-11-99

ESERCIZIO 1. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

con condizioni iniziali $x(0) = (-2, 4, 0)$. Se ne trovi la soluzione.

ESERCIZIO 2. Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 4y(1 - y^2), \\ \dot{y} = -2x. \end{cases}$$

- (2.1) Trovare una costante del moto $H(x, y)$.
- (2.2) Determinare le curve di livello che corrispondono al valore $H(x, y) = 0$.
- (2.3) Determinare i punti d'equilibrio.
- (2.4) Discuterne la stabilità.
- (2.5) Trovare esplicitamente la traiettoria con dati iniziali $(\bar{x}, \bar{y}) = (3, 2)$.

ESERCIZIO 3. Si consideri il sistema dinamico

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y(2y^2 + 2x^2 + 1), \\ \dot{y} = -2x(3x^4 + 2y^2). \end{cases}$$

- (3.1) Determinare i punti d'equilibrio.
- (3.2) Discuterne la stabilità.

ESERCIZIO 4. Si consideri il sistema lineare planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 0, \\ \dot{y} = x + y. \end{cases}$$

Trovare la soluzione con dati iniziali $(\bar{x}, \bar{y}) = (1, 0)$.