

**Corso di laurea in Matematica**  
**Sistemi dinamici – Primo Modulo**

PROVA D'ESAME 25-06-01

ESERCIZIO 1. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix},$$

con condizioni iniziali  $x(0) = (1, 1)$ . Si trovi la soluzione  $x(t)$ .

ESERCIZIO 2. Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y(2y^2 - x^6 - 1), \\ \dot{y} = 6x^5(y^2 - 1). \end{cases}$$

- (2.1) Trovare una costante del moto  $H(x, y)$  tale che  $H(0, 0) = 0$ .
- (2.2) Determinare i punti d'equilibrio.
- (2.3) Discuterne la stabilità.
- (2.4) Determinare la curva di livello  $H(x, y) = 0$  e discuterne il verso di percorrenza.
- (2.5) Discutere qualitativamente le altre curve di livello e discuterne i versi di percorrenza.
- (2.6) Determinare i dati iniziali che danno origine a traiettorie periodiche.