

Corso di laurea in Matematica
Sistemi dinamici – Primo Modulo

PROVA D'ESAME 12-07-01

ESERCIZIO. Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y(2x^2y^2 - 1 - 4x^2)(x^2 - 4), \\ \dot{y} = -2x(2x^2y^2 - 1 - 4y^2)(y^2 - 4), \end{cases}$$

(1) Verificare che la funzione

$$H(x, y) = (x^2y^2 - 1)(x^2 - 4)(y^2 - 4)$$

è una costante del moto.

(2) Determinare i punti d'equilibrio.

(3) Discuterne la stabilità.

(4) Determinare la curva di livello $H(x, y) = 0$ e discuterne il verso di percorrenza.

(5) Discutere qualitativamente le altre curve di livello e discuterne i versi di percorrenza.

(6) Determinare i dati iniziali che danno origine a traiettorie periodiche.

(7) Discutere qualitativamente il comportamento della soluzione con dati iniziali $(\bar{x}, \bar{y}) = (4, 1/4)$.

(8) Trovare esplicitamente la soluzione $(x(t), y(t))$ con i dati iniziali del punto precedente.