Tutorato di AM1a

Limiti di successioni

Fabrizio Fanelli

Calcolare il limite delle seguenti successioni:

1. $\lim_{n\to\infty} n^{-1/2}\log^{\pi}(n)$

   Soluzione. limite notevole del tipo $\dfrac{\log^{\beta} n}{n^{\alpha}} \longrightarrow 0$, con $\alpha > 0$ e $\beta \in \mathbb{R}$

2. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{\log^{-2} n}{n^{1/1000}}$

   Soluzione. limite notevole del tipo $\dfrac{\log^{\beta} n}{n^{\alpha}} \longrightarrow 0$, con $\alpha > 0$ e $\beta \in \mathbb{R}$

3. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n^2(\log n)^2}{\sqrt{n^5+1}}$

   Soluzione. raccogliendo a fattore n^2 si ha che: $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n^2(\log n)^2}{\sqrt{n^5+1}} = \lim_{n\to\infty} \dfrac{\log^2 n}{\sqrt{n+\dfrac{1}{n^4}}}$

4. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n2^n}{3^n}$

5. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n^{\log(n)}}{e^{\log(n)}}$

6. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{(n)^{\frac{n^2}{\log^2(n)}} + \pi n}{(7)^{\frac{n^2}{\log^2(n)}}}$

7. $\lim_{n\to\infty} n\ln(1/n)$

8. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n^2 - n! + 2^n}{(2n)! - \log^{-1}(1/n)}$

9. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n\sin(\log^{2^n}(\sqrt{n^n n!}))}{n^{1+\alpha}}$, dove $\alpha \in \mathbb{R},\ \alpha > 1$

10. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{(n+2)! - n!}{(2n^2+1)n!}$

11. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{3n^2 + n\sin(n) + n}{n^2 + n + \cos(n)}$

12. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{(2n)!}{n^n}$

13. $\lim_{n\to\infty} n - \sqrt{n^2 - n\log(n) + 7n - 1}$

14. $\lim_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^{100} - n^{100}}{n^{99} \cdot 9}$

15. Dimostrare che la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}}$ converge.

16. Dimostrare che la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(4e-1)^n} e^n$ converge.