

1. ESERCIZI SU ESTREMO SUPERIORE E INFERIORE DI INSIEMI

Determinare estremo superiore ed inferiore (eventualmente massimo e minimo) dei seguenti insiemi:

$$(A):= \left\{x = n - \frac{1}{n}, n \in \mathbb{R}\right\}$$

$$(B):= \left\{x = (-1)^n n + \frac{1}{n}, n \in \mathbb{R}\right\}$$

$$(C):= \left\{x = \frac{n-3}{n^2}, n \in \mathbb{R}\right\} \cup (-1, 1)$$

$$(D):= \{x = n^2 + 3n - 1, n \in \mathbb{R}\}$$

$$(E):= \{x \in \mathbb{R}: x^2 \leq 2\}$$

$$(F):= \{x \in \mathbb{Q}: x^2 \leq 2\}$$

$$(G):= \{x^3: x \in \mathbb{Z}\}$$

$$(H):= \left\{x = \sin \frac{n\pi}{8}, n \in \mathbb{R}\right\}$$

$$(I):= \left\{x = \frac{t+1}{t-2}, t \in \mathbb{R}, t > 2\right\}$$

$$(L):= \{|x|: x^2 + x < 2, x \in \mathbb{R}\}$$

Suggerimento

- Verificare se l'insieme in questione, detto Γ , é limitato.
- Detti x_1 ed x_2 rispettivamente gli eventuali minorante e maggiorante di Γ , verificare se appartengono ad Γ , in caso affermativo si é trovato il massimo e/o il minimo e l'esercizio é terminato.
- Verificare, ove necessario, che $x_1 = \inf \Gamma$ mostrando che é il piú grande dei minoranti di Γ , ovvero che

$$\forall \varepsilon > 0, \exists x \in \Gamma: x_1 + \varepsilon > x$$

e $x_2 = \sup \Gamma$ mostrando che é il piú piccolo dei maggioranti di Γ , ovvero che

$$\forall \varepsilon > 0, \exists x \in \Gamma: x_2 - \varepsilon < x.$$