

AM1b - Teoria dei limiti, a.a. 2002/03

I Appello

Comm. Prof.ssa Silvia Mataloni

9 giugno 2003

Esercizio 1. Dopo aver dimostrato per induzione la formula

$$\sum_{n=1}^k \log \frac{(n+1)^2}{n(n+2)} = \log \frac{2(k+1)}{k+2}$$

calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log \left(\frac{(n+1)^2}{n(n+2)} \right)^3.$$

Esercizio 2. Dire per quali $x > 0$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}.$$

Esercizio 3. Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x+3}{x^2+2x+2}.$$

Esercizio 4. Studiare la seguente funzione

$$f(x) = x \log^2 x$$

e disegnarne un grafico approssimativo.

Esercizio 5. Calcolare l'area della regione piana T compresa fra la curva $y = \frac{1}{x}$, l'asse delle x e le rette di equazione $x = 2$ e $x = 10$.

Esercizio 6. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+5}{x+3} \right)^x .$$