

AM1b, a.a. 2002-2003 - Esercizi 6

Silvia Mataloni, Giampiero Palatucci

7 maggio 2003

1. Calcolare, usando la definizione, la derivata delle seguenti funzioni:

a. $\ln x$; b. e^{3x} ; c. $\sin x$.

2. Calcolare la derivata delle seguenti funzioni, usando i teoremi sulla derivazione del prodotto e della composizione di funzioni:

a. a^x ($a > 0, a \neq 1$); b. $f(x)^{g(x)}$.

3. Usando le tabelle delle derivate delle funzioni elementari, calcolare (se esiste) la derivata delle funzioni seguenti, definite in tutto \mathbb{R} , studiando in particolare i punti in cui i teoremi generali non sono applicabili.

a. $f(x) = x \sin \sqrt[3]{x}$; b. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0; \end{cases}$ c. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 |x|}{\sqrt[3]{x^4}}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$

4. Studiare la continuità in zero della seguente funzione e della sua derivata prima:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{se } x \neq 0, \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

5. Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \arctan x + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ in ogni punto del suo dominio. Calcolare inoltre $f(1)$ e $f(-1)$.

Possiamo applicare il *Teorema della derivata nulla*⁽¹⁾?

Disegnare il grafico della funzione f .

¹ **Teorema della derivata nulla.** Sia f una funzione derivabile in un intervallo I . Se f' è identicamente nulla in I allora f è costante.