

## Prova scritta di AM2 del 13/2/2003 – (Appello B)

- Per superare la prova è necessario svolgere in modo sufficiente gli esercizi 1 e 2.
- Durante l'esame non è consentito l'uso di appunti, libri, calcolatrici.

1) Si discuta la formula di Eulero.

2) Si discuta la formula di Stirling.

3) Sia  $u_n(x) = \sqrt{n^x + \pi} - \sqrt{n^x}$ . Si discuta la convergenza (puntuale, totale ed uniforme) della serie  $\sum u_n$ .

4) Si discuta la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_0^{\infty} \sqrt{1 - \cos \frac{1}{x^2}} dx .$$

5) Si calcolino gli estremi superiore ed inferiore e si studino gli eventuali massimi e minimi locali della funzione  $f(x, y) = (y - x^2)(y - 2x^2)$ .

6) Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^2 - y^2} + 1, & \text{se } |x| \neq |y|, \\ 1, & \text{se } |x| = |y|. \end{cases}$$

(i) Si calcolino le derivate direzionali di  $f$  in  $(0, 0)$ .

(ii) Si studi la continuità e la differenziabilità di  $f$  su  $\mathbb{R}^2$ .