

Tutorato VI (09/04/2003)

(Massimi e minimi vincolati)

Esercizio 1. Trovare il rettangolo di area massima, che può essere inscritto nella circonferenza $x^2 + y^2 = R^2$.

Esercizio 2. Sia

$$f(x, y) = x^2 - xy^2$$

e K il compatto intersezione tra il cerchio $x^2 + y^2 \leq 1$ ed il rettangolo $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \times [-2, 2]$.

1. Trovare l'estremo superiore ed inferiore di f in \mathbb{R}^2 .
2. Determinare i punti critici di f e la loro natura.
3. Calcolare il massimo e il minimo assoluto di f in K .

Esercizio 3. Calcolare il massimo ed il minimo assoluto della funzione

$$f(x) = \prod_{i=1}^4 x_i^i \quad x \in \mathbb{R}^4,$$

sull'insieme

$$\mathcal{D} \equiv \{x \in \mathbb{R}^4 : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^4 x_i = 1\}.$$

Esercizio 4. (**)

Sia $f(x, y) \equiv \frac{1}{x^2+y^2}$; determinare l'estremo superiore ed inferiore (specificando se si tratta di massimi o minimi) di f sull'insieme

$$\mathcal{A} \equiv \{(x, y) : xy + \frac{1}{2} \sin(xy) > 1\}.$$