

## Tutorato di CAM

Fabrizio Fanelli

Integrali

Calcolare i seguenti integrali definiti:

1.  $\int_0^3 \sin[x] dx$

2.  $\int_{-1}^1 x^2 e^x dx$

3.  $\int_{-2}^2 x^4 \cos^2 x \sin x dx$

Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

1.  $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$  **Soluzione.** Sostituire  $t = \tan \frac{x}{2}$ , risulta  $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$   
e  $dx = \frac{2}{1+t^2} dt$  ( $\frac{2t}{1+t^2} + x + c$ )

2.  $\int \frac{1}{1-x^2} dx$  **Soluzione.** si riduce a calcolare 2 integrali di 2 fratti  
semplici del I tipo ( $1-x$  e  $1+x$ )

3.  $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$  **Soluzione.** simile al precedente. ( $x - \tan \frac{x}{2} + c$ )

4.  $\int \frac{1}{\sin^2 x + \tan^2 x} dx$  **Soluzione.** Sostituire  $t = \tan x$ , risulta  $\cos^2 x =$   
 $\frac{1}{1+t^2}$ ,  $\sin^2 x = \frac{t^2}{1+t^2}$  e  $dx = \frac{dt}{1+t^2}$

5.  $\int \frac{2\sqrt{3}x}{3x^4 + 6x^2 + 3} dx$  **Soluzione.** sostituire  $t = \sqrt{3}x^2$ , risulta  $dt =$   
 $2\sqrt{3}x dx$

6.  $\int \frac{3}{x^3 + 3x^2 - 24x + 28} dx$  **Soluzione.** il polinomio a denominatore a  
una radice semplice,  $-7$ , ed una doppia,  $2$ , quindi ci si riconduce ad un  
int. di fratti semplici del I tipo ed uno del II.

7.  $\int \frac{35x^4 + 124x^3 + 51x^2 + 6x + 7}{7x^5 + 31x^4 + 17x^3 + 3x^2 + 7x - \sqrt{13}} dx$  **Soluzione.** il numeratore è la derivata del denominatore, allora .....
8.  $\int \frac{x}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$  **Soluzione.** una radice del polinomio al denominatore è 1, poi.... (fratti semplici)
9.  $\int \frac{x}{\cos^2(x)} dx$  **Soluzione.** integrare per parti:  $f(x) = x$  e  $g'(x) = \frac{1}{\cos^2}$ .
10.  $\int x^3 \sin x dx$  **Soluzione.** integrare per parti più volte, ponendo  $f(x) = x^n$ .
11.  $\int \frac{\log(1+x)}{x^2} dx$  **Soluzione.** per parti.
12.  $\int \frac{\log(\log x)}{x} dx$  **Soluzione.** per parti, ponendo  $f(x) = \log(\log x)$ .
13.  $\int \log x (\sin x + x \cos x) dx$  **Soluzione.** osservando che  $D(x \sin x) = \sin x + x \cos x$ , si integra per parti.
14.  $\int \sqrt{1-x^2} dx$  **Soluzione.** ponendo  $g'(x) = 1$  integrare per parti.