**I compito di FM2 a.a. 2002/2003**

1) Classificare e ridurre a forma canonica la seguente equazione

$$\frac{1}{3}u_{xx} + 4u_{xy} + 12u_{yy} + 3u_x - 2u_y + u + 2x^2 - 3y^2 = 0$$

2) Risolvere il seguente problema ai dati iniziali in un intervallo

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + \sin t\ \sin(2\pi x) & 0 \leq x \leq 1 \\ u(x,0) = 0 \\ u_t(x,0) = \sin(4\pi x) \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 \end{cases}$$

3) Risolvere il seguente problema nell' intervallo $[0,1]$

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & 0 \leq x \leq 1 \\ u(x,0) = 10x + sin(3\pi x) \\ u(0,t) = 0 \\ u(1,t) = 10 \end{cases}$$

Calcolare il tempo in cui la soluzione nel punto $\frac{1}{2}$ raggiunge il valore $4,5$ e calcolare inoltre

$$\lim_{t \to +\infty} u(x,t).$$

4) Risolvere il seguente problema

$$\begin{cases} \Delta u(x,y) = 0 \quad (x,y) \in \Omega,\ \Omega = [0,1] \times [0,1] \\ u(x,0) = 1 \\ u(x,1) = 0 \\ u(0,y) = 0 \\ u(1,y) = 0 \end{cases}$$

5) Sia $u$ tale che

$$\begin{cases} \Delta u(x,y) = 0 \qquad (x,y) \in \Omega,\ \Omega = \{(x,y) |\ x^2 + y^2 \leq 1\} \\ u(x,y) = 2xye^{y^2} \quad \text{con (x,y) tali che } x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

calcolare $u(0,0)$.

6) In una sbarra di lunghezza 1 la temperatura agli estremi e' mantenuta costantemente uguale a 0. Se la temperatura della sbarra al tempo 0 e' di $50^o$ determinare come evolve per $t > 0$. Determinare inoltre a quale istante la temperatura nel punto centrale della sbarra raggiunge il valore $-0.5^o$.