

Università degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE1 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott. T. Vistarini - Tutore: M. Nesci

Esercitazione del 22/05/2003

1.1 Data $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, con F identità, trovare matrice ed equazioni di F associate a queste basi:

$$B = (v_1, v_2, v_3), C = (w_1, w_2, w_3)$$

$$v_1 = (1, 1, 0), v_2 = (-1, 1, 1), v_3 = (0, 1, 2)$$

$$w_1 = (2, 1, 1), w_2 = (0, 1, 0), w_3 = (-1, 1, 1)$$

1.2 Data $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (2x_1 - x_2 + x_4, x_1 + x_2 - x_3 - x_4, x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4)$$

determinare la matrice di F rispetto alle basi canoniche.

Determinare la matrice di F rispetto alle seguenti basi:

$$B = (v_1, v_2, v_3, v_4) \quad C = (w_1, w_2, w_3)$$

$$v_1 = (0, 1, 1, 1) \quad v_2 = (1, 0, 0, 1) \quad v_3 = (2, 1, 0, 0) \quad v_4 = (0, 0, 0, 1)$$

$$w_1 = (2, 1, 1) \quad w_2 = (0, 1, 0) \quad w_3 = (-1, 1, 1)$$

1.3 Sia $B = (v_1, v_2, v_3)$ una base dello spazio vettoriale V di dimensione 3, sia l'applicazione lineare $F : V \rightarrow V$ tale:

$$F(v_3) = 2v_1 + 3v_2 + 5v_3 \quad F(v_2 + v_3) = v_1 F(v_1 + v_2 + v_3) = v_2 - v_3$$

determinare la matrice di F associata a B .

1.4 Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 2x_3, -x_2 + x_3, 2x_1 - 3x_2 - x_3)$$

Trovare la matrice, le equazioni di F , le equazioni del nucleo di F rispetto alle basi canoniche.

Trovare le stesse cose rispetto alle basi $B = (v_1, v_2, v_3)$ e $C = (w_1, w_2, w_3)$,

$$v_1 = (0, 1, 1) \quad v_2 = (1, 0, -1) \quad v_3 = (0, 0, 1)$$

$$w_1 = (2, 0, 2) \quad w_2 = (0, 1, 2) \quad w_3 = (1, 0, 0)$$

1.5 Sia $V = \mathbb{R}^3$,

$$v_1 = (1, 1, 2) \quad v_2 = (2, 0, -1) \quad v_3 = (3, 1, 0);$$

$$w_1 = (-1, 0, 1) \quad w_2 = (1, 1, 1) \quad w_3 = (0, 1, 1),$$

verificare che $B = (v_1, v_2, v_3)$ e $C = (w_1, w_2, w_3)$ sono due basi di V .

Trovare la matrice del cambiamento di base da B a C . Scrivere le formule del cambiamento di base e la conseguente trasformazione di coordinate.

1.6 Sia $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$F(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - 2x_2, x_1).$$

Determinare la matrice di F rispetto alle basi $B = (v_1, v_2)$ e $C = (w_1, w_2, w_3)$

$$v_1 = (1, 1) \quad v_2 = (0, -1)$$

$$w_1 = (1, 1, 1) \quad w_2 = (1, -2, 0) \quad w_3 = (0, 0, 1).$$

Siano E ed E' le basi canoniche di \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 rispettivamente. Trovare la matrice di F rispetto a queste basi usando la formula che esprime la sua relazione con la matrice trovata sopra.