

Università degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE1 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott.ssa T. Vistarini - Tutore: M.
Nesci

Lavoro guidato del 14/3/2003

1.1 Determinare quale delle seguenti matrici sono nilpotenti:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \mathcal{C} = \begin{pmatrix} -5 & 78 & 87 & 45 \\ 23 & 24 & 15 & -67 \\ 17 & 21 & -5 & 23 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathcal{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

1.2 Trovare per quali valori reali del parametro k la matrice A è simmetrica:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & k^4 - 3k + 1 & 2 \\ k^4 + 2k - 3 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

1.3 Calcolare se esiste l'inversa di ognuna delle seguenti matrici, le prime due a coefficienti reali, le ultime due a coefficienti complessi :

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & \sqrt{2} \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -\sqrt{2} & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & i \\ 2i & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2-i \\ 2+i & -2 \end{pmatrix}$$

1.4 Risolvere il sistema :

$$\begin{cases} x - 2y + z = 7 \\ 2x - y + 4z = 17 \\ 3x - 2y + 2z = 14 \end{cases}$$

Trovare i valori del parametro k affinché il seguente sistema abbia: (i) una soluzione unica, (ii) nessuna soluzione, (iii) un numero infinito di soluzioni

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + kz = 3 \\ x + ky + 3y = 2 \end{cases}$$

1.5 Esprimere le seguenti matrici quadrate a coefficienti reali come prodotto di matrici elementari:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$