Universitá degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE1 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott. T. Vistarini - Tutore: M. Nesci

Esercitazione del 27/3/2003

1.1 Sia:

$$V = \mathbb{R}^2,\ W =< (2,1) >,\ U =< (0,1) > .$$

Verificare che V e' somma diretta dei due sottospazi U e W.
Mostrare che il complementare di W in V non e' unico.
Mostrare che in uno spazio di dimensione finita il complementare di un suo sottospazio non e' unico.

1.2 Sia K un campo:

$$V = K^3,\ W =< (1,0,0) >,\ U =< (1,1,0),(0,1,1) > .$$

Verificare che V e' somma diretta dei due sottospazi U e W.

1.3 Siano U e W due sottospazi distinti di dimensione 4 di uno spazio vettoriale V di dimensione 6.
Trovare le dimensioni possibili di $W \sqcap U$.

1.4 Consideriamo i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^4$:

$$U =< (1,1,0,-1),\ (1,2,3,0),\ (2,3,3,-1) >$$

$$W =< (1,2,2,-2),\ (2,3,2,-3),\ (1,3,4,-3) > .$$

Trovare:
a) $dim(U + W)$
b) $dim(U \sqcap W)$

1.5 Sia $V = M_n(K)$, lo spazio vettoriale delle matrici quadrate di ordine n, a coefficienti in un campo K.
Verificare che il sottinsieme U delle matrici simmetriche e il sottinsieme W delle matrici antisimmetriche sono due sottospazi di V.
Verificare che $V = U \oplus W$.
Se U e' il sottospazio delle matrici triangolari superiori e W e' quello delle matrici triangolari inferiori si puo' ancora scrivere $V = U \oplus W$?