Universitá degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE1 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2002/2003
Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott. T. Vistarini - Tutore: M. Nesci

Tutorato del 16/05/2003

1.1 Spazio affine ordinario.
Determinare le equazioni cartesiane della retta r appartenente al piano yz parallela all'asse z ed incidente la retta s di equazioni:

$$\begin{cases} x = z - 5 \\ y = \frac{1}{2}z + 3 \end{cases}$$

1.2 Spazio affine ordinario.
Sia il piano α di equazioni

$$x + 3y + 2z = 0,$$

sia la retta s di equazioni:

$$\begin{cases} 2x + y - z + 1 = 0 \\ x - 2y + z + 2 = 0 \end{cases}$$

Determinare la retta r passante per $A(1, -2, 0)$, parallela ad α, e incidente s.

1.3 Spazio affine ordinario.
Determinare la retta r passante per $Q(-1, -1, -1)$, contenuta nel piano p

$$x + y + z + 3 = 0,$$

incidente la retta s di equazioni

$$\begin{cases} x - 2z + 4 = 0 \\ 2y - z = 0 \end{cases}$$

1.4 Spazio affine ordinario.
Determinare equazioni cartesiane della retta t passante per il punto $Q(1, -1, -1)$, complanare con le rette r ed s di equazioni rispettivamente

$$\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ -2x + 3y + z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 2 = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$$

Stabilire se t e' incidente o parallela a r e a s.

1.5 Spazio affine ordinario.
Determinare un'equazione cartesiana del piano contenente $Q(2, 1, 0)$ e la retta r di equazioni

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 3x + 5z - 7 = 0 \end{cases}$$

1.6 Spazio affine ordinario.
Nei seguenti due casi determinare la posizione reciproca della retta r e del piano p e, se sono incidenti, determinare il loro punto di intersezione:
(a)

$$\begin{cases} x + z + 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

$$p : x + z + 1 = 0$$

(b)

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

$$p : 2x + 2y - z + 1 = 0$$

1.7 Spazio affine ordinario.
Verificare se le rette r e s di equazioni rispettivamente

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 5x + 2z - 1 = 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 3x - 3y + 3z - 1 = 0 \\ 5x + 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

sono o no complanari, e nel caso lo siano verificare se sono parallele o incidenti. Determinare un'equazione del piano che le contiene.

1.8 Spazio affine ordinario.
Determinare il valore del parametro k per cui le rette r ed s sono complanari. Determinare l'equazione cartesiana del piano che le contiene e trovare il punto comune nel caso siano incidenti:
(a)

$$\begin{cases} x = k + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + kt \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = k + t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

(c)

$$\begin{cases} x - ky + z + 1 = 0 \\ y - k = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - z + k = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases}$$

1.9 Sia F la seguente applicazione lineare fra spazi vettoriali:

$$F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$

data da :

$$F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 2x_3, -x_2 + x_3, 2x_1 - 3x_2 - x_3)$$

Determinare basi e dimensioni del nucleo e dell'immagine di F.

1.10 Siano F e G due applicazioni lineari:

$$F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$$

$$G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4$$

date da:

$$F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 - x_2 + 2x_3)$$

$$G(y_1, y_2) = (2y_1 - y_2, -y_1 + 2y_2, y_1 - y_2, y_1)$$

Determinare dimensioni e basi del nucleo e dell'immagine della composizione delle due applicazioni.