

Università degli studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2002/2003

TN01 - Tutorato - Andrea Cova

Mercoledì 12 marzo 2003

1. Si consideri il seguente sistema di congruenze lineari in due indeterminate:

$\lambda, 1 \leq \lambda \leq 10$:

$$\begin{cases} 4X - \lambda Y \equiv 2 \pmod{15} \\ 17X + 7Y \equiv \mu \pmod{15} \end{cases}$$

- (1) Determinare, se esistono, valori di λ , con $0 \leq \lambda \leq 2$, per i quali il sistema ammette un'unica soluzione (mod 15), qualunque sia $\mu \in \mathbb{Z}$. Per tali eventuali valori di λ e per $\mu = 7$ determinare l'unica soluzione (x_λ, y_λ) del sistema assegnato.
- (2) Determinare, se esistono, valori di λ e m con $0 \leq \lambda, m \leq 2$, per i quali il sistema assegnato è risolubile ed ammette più di una soluzione (mod 15). In tale eventualità descrivere tutte le soluzioni del sistema (mod 15).

2. Si consideri il seguente sistema di congruenze lineari in due indeterminate:

$\lambda, 1 \leq \lambda \leq 10$:

$$\begin{cases} 4X - \alpha Y \equiv 13 \pmod{15} \\ 17X + 7Y \equiv \beta \pmod{15} \end{cases}$$

Determinare, se esistono, valori di α , con $0 \leq \alpha \leq 2$, per i quali il sistema ammette un'unica soluzione (mod 15), qualunque sia $\beta \in \mathbb{Z}$. Per tali eventuali valori di α e per $\beta = 5$ determinare l'unica soluzione (x_α, y_α) del sistema assegnato.

3. Risolvere il seguente sistema di congruenze lineari:

$$\begin{cases} 2X \equiv 3 \pmod{5} \\ 3X \equiv 15 \pmod{21} \\ 44X \equiv 20 \pmod{12} \\ 6X \equiv 21 \pmod{15} \end{cases}$$

4. Determinare tutte le eventuali soluzioni della congruenza:

$$-X^2 - 3X + 4 \equiv 0 \pmod{540}.$$

5. Determinare tutte le eventuali soluzioni della congruenza:

$$Y^2 + 5Y + 6 \equiv 0 \pmod{1125}$$

6. Sia $f(X) = X^3 + 22X^2 + 71X - 238$. Determinare tutte le eventuali soluzioni della congruenza $f(X) \equiv 0 \pmod{135}$.

7. Sia $f(X) = X^3 + 8X^2 - 79X - 182$. Determinare tutte le eventuali soluzioni della congruenza $f(X) \equiv 0 \pmod{135}$.

8. Sia $f(X) = X^3 + 22X^2 + 71X + 238$. Determinare tutte le eventuali soluzioni della congruenza $f(X) \equiv 0 \pmod{135}$.

9. Sia $f(X) = X^3 - 13X^2 - 145X + 1309$. Determinare tutte le eventuali soluzioni della congruenza $f(X) \equiv 0 \pmod{135}$.

10. Descrivere tutte le eventuali soluzioni $(x, y) \in \mathbb{Z}$ della equazione diofantea in due indeterminate:

$$X^3 + 5X^2 - 11X + 3 + 54Y = 0.$$

11. Determinare le eventuali soluzioni della seguente congruenza polinomiale:

$$X^3 + 3X - 8 \equiv 0 \pmod{33}.$$

12. Determinare le soluzioni della congruenza:

$$X^2 + X + 7 \equiv 0 \pmod{27}.$$