

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2002/2003
AL 1
Esercizi per casa, II prova

Consegnare entro venerdì 24 ottobre.

1. Dimostrare per induzione le seguenti affermazioni:
 - (a) Per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$, $3^{2n-1} + 1$ è divisibile per 4.
 - (b) Per ogni $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > 13/24$.

2. Determinare il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo delle seguenti coppie di interi e scriverne il massimo comun divisore sotto forma di una identità di Bezout.
 - (a) (220, 168)
 - (b) (3080, 2376)
 - (c) (2700, 321)

3. Siano A, B, C, D insiemi.
 - (a) Dimostrare che $(A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$.
 - (b) Mostrare un esempio in cui $(A \times B) \cup (C \times D) \subsetneq (A \cup C) \times (B \cup D)$

4.
 - (a) Determinare un inverso moltiplicativo del numero complesso $5 + i$.
 - (b) Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso $(\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{3} - i))^4$.

5. Scrivere:
 - (a) 1023 in base 5.
 - (b) 53 in base 2.
 - (c) 777 in base 7.