

1. Un pendolo semplice di massa $m = 0,5 \text{ kg}$ e lunghezza $l = 60 \text{ cm}$ è inizialmente fermo nella posizione di equilibrio stabile. A seguito di un impulso orizzontale, la quantità di moto del pendolo, nella sua posizione di minima quota, diventa $p_{\text{min}} = 20 \text{ N}\cdot\text{s}$. Calcolare la reazione vincolare del filo nel punto di massima quota.

Sl.: $p_{\text{min}} = v_0 m \Rightarrow v_0 = \frac{p_{\text{min}}}{m} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Conservazione dell'energia meccanica:

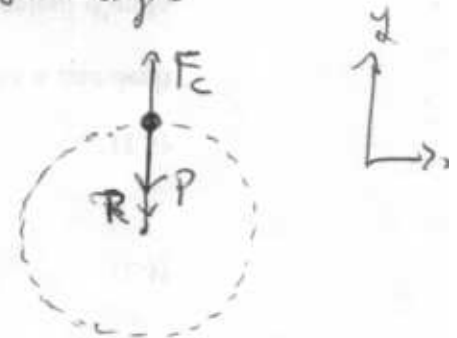
$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + mgl \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 4gl$$

$$\Rightarrow v = 19,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Resultante delle forze nella temp t_{max} \Rightarrow

$\Rightarrow R + mg - F_c = 0$, dove R è la reazione vincolare del filo e F_c la forza centrifuga \Rightarrow

$$\Rightarrow R = F_c - mg = \frac{mv^2}{l} - mg = 308,8 \text{ N}$$



2. Un corpo di massa $m = 1 \text{ kg}$, posto su un piano orizzontale liscio da un attimo, si muove di moto armonico sotto l'azione di una forza elastica. Il periodo di oscillazione è $T = 6,28 \text{ s}$ e l'ampiezza $A_0 = 10 \text{ cm}$. Nel momento in cui il corpo raggiunge il massimo di spostamento dal centro di oscillazione, gli viene conferito, tramite un rapido colpo, un impulso I il cui effetto è di portare l'ampiezza di oscillazione al valore $A = 20 \text{ cm}$. Calcolare il valore dell'impulso I .

Sol.: $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 1 \frac{1}{s}$

conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k A_0^2 = \frac{1}{2} k A^2, \quad k = \omega^2 m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 A_0^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow v^2 = \omega^2 (A^2 - A_0^2) \Rightarrow$$

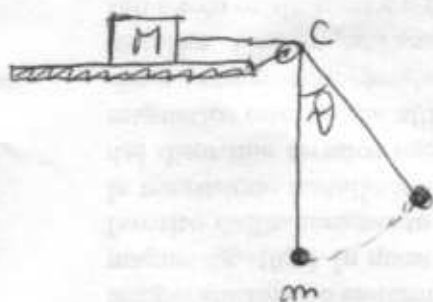
$$\Rightarrow v = \omega \sqrt{A^2 - A_0^2} = 0,17 \frac{m}{s}$$

$$\underline{I} = \Delta p = m v - m v_0 = m v = 0,17 \text{ Ns}$$

3.

Nel dispositivo mostrato in figura la massa $M = 1 \text{ kg}$ è appoggiata ad un piano orizzontale scabro. Il coefficiente di attrito statico è $\mu = 0,5$. Un filo inestensibile e di massa trascurabile collega la massa M alla massa $m = 0,3 \text{ kg}$, sospesa nel vuoto. La carrucola C ruota senza attrito ed ha massa trascurabile. Calcolare il massimo valore dell'ampiezza di oscillazione della massa m che non produce lo spostamento della massa M .

Sol.



$$F_a = \mu M g$$

Affinché il corpo si muova, la forza applicata a M deve essere ~~superiore~~ superiore a F_a , quindi nel limite in

cui la tensione del filo è proprio $F = F_a$, il corpo è ancora fermo. Devi calcolare la tensione T nel punto in cui m ha la massima velocità (cioè massima forza centripeta)

Conservazione dell'energia meccanica:

$$m g l (1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v^2 = 2 g l (1 - \cos \theta)$$

$$T = mg + \frac{mv^2}{l} = mg + 2mp(1 - \cos\theta)$$

$$\Rightarrow T = F_c \Leftrightarrow mg + 2mp(1 - \cos\theta) = \mu Mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\theta = 1 - \frac{\mu M - m}{2m} \Rightarrow \theta = 48,2^\circ$$

6. Un cannone di massa $M = 2500 \text{ kg}$, spara un proiettile di massa $m = 5 \text{ kg}$ con velocità $v = 300 \text{ m/s}$. Calcolare:

- 1) la velocità di rinculo del cannone;
- 2) l'energia cinetica del cannone;
- 3) la costante elastica di una molla che dovesse arrestare la corsa del cannone in 30 cm .

Sol.: conservazione della quantità di moto:

$$P_{\text{in}} = 0, \quad P_{\text{fin}} = m\vec{v} + M\vec{v}_c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{\text{in}} = P_{\text{fin}} \Rightarrow m\vec{v} + M\vec{v}_c = 0 \Rightarrow \vec{v}_c = -\frac{m\vec{v}}{M} = -0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

cioè ha verso opposto alla velocità del proiettile.

$$\text{energia cinetica: } E_c = \frac{1}{2} M v_c^2 = 450 \text{ J}$$

Se una molla deve arrestare la corsa del cannone, si deve conservare l'energia meccanica:

$$\frac{1}{2} M v_c^2 = \frac{1}{2} k x_0^2, \quad \text{dove } x_0 = 30 \text{ cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \frac{M v_c^2}{x_0^2} = 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$