

GE3 - Tutorato 3 - martedì 14 marzo 2006 d.C.
tutore Federico Coglitore

1. Sia M uno spazio metrico e $A \subseteq M$ un sottoinsieme.
Dimostrare che la topologia di A come sottospazio e quella indotta dalla metrica coincidono.

2. Consideriamo

$$\begin{aligned} f : (0, 1) &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ t &\longmapsto e^{2\pi it}. \end{aligned}$$

Dimostrare che f è un' immersione topologica.

3. Dimostrare che se \mathcal{B} è una base di uno spazio topologico X , allora $\mathcal{B}_A = \{A \cap B \mid B \in \mathcal{B}\}$ è una base del sottospazio A .
4. Dimostrare che se X è di Hausdorff e $A \subseteq X$ è un sottospazio, allora A è di Hausdorff.
5. Dimostrare che se X soddisfa il secondo assioma di numerabilità e $A \subseteq X$ è un sottospazio, allora A soddisfa il secondo assioma di numerabilità.
6. Dimostrare che

$$\begin{aligned} \sigma : S^n \setminus \{(0, \dots, 0, 1)\} &\longrightarrow \mathbb{R}^n \\ (x_1, \dots, x_{n+1}) &\longmapsto \frac{1}{1 - x_{n+1}}(x_1, \dots, x_n) \end{aligned}$$

è un omeomorfismo trovando esplicitamente l'inversa.