

**GE3 - Tutorato 3 - martedì 14 marzo 2006 d.C.**  
**tutore Federico Coglitore**

1. Sia  $M$  uno spazio metrico e  $A \subseteq M$  un sottoinsieme.  
Dimostrare che la topologia di  $A$  come sottospazio e quella indotta dalla metrica coincidono.

2. Consideriamo

$$\begin{aligned} f : (0, 1) &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ t &\longmapsto e^{2\pi it}. \end{aligned}$$

Dimostrare che  $f$  è un' immersione topologica.

3. Dimostrare che se  $\mathcal{B}$  è una base di uno spazio topologico  $X$ , allora  $\mathcal{B}_A = \{A \cap B \mid B \in \mathcal{B}\}$  è una base del sottospazio  $A$ .
4. Dimostrare che se  $X$  è di Hausdorff e  $A \subseteq X$  è un sottospazio, allora  $A$  è di Hausdorff.
5. Dimostrare che se  $X$  soddisfa il secondo assioma di numerabilità e  $A \subseteq X$  è un sottospazio, allora  $A$  soddisfa il secondo assioma di numerabilità.
6. Dimostrare che

$$\begin{aligned} \sigma : S^n \setminus \{(0, \dots, 0, 1)\} &\longrightarrow \mathbb{R}^n \\ (x_1, \dots, x_{n+1}) &\longmapsto \frac{1}{1 - x_{n+1}}(x_1, \dots, x_n) \end{aligned}$$

è un omeomorfismo trovando esplicitamente l'inversa.