

# GE4 Geometria Differenziale I

A.A. 2005/2006

Prof. Massimiliano Pontecorvo

## Curve e Superfici nello spazio Euclideo

**1. Curve in  $R^3$ .** Curve parametrizzate. Velocità e retta tangente. Curve regolari, esempi, ascissa curvilinea. Prodotto scalare e prodotto vettoriale nello spazio Euclideo. Teoria locale delle curve parametrizzate dall'ascissa curvilinea. Accelerazione, versore normale e binormale, piano osculatore. Curvatura e torsione, formule di Frenet. Movimenti rigidi dello spazio e teorema fondamentale delle curve. Caso particolare: curve piane, curvatura con segno.

**2. Superfici regolari in  $R^3$ .** Definizione, coordinate locali: esempi. Immagine inversa di un valore regolare. Funzioni, applicazioni lisce e diffeomorfismi su una superficie. Piano tangente e derivata di un'applicazione. Esempio: la funzione 'altezza da un piano'. Orientazione, superfici orientabili, il nastro di Möbius non è orientabile. La prima forma fondamentale di una superficie nello spazio Euclideo: espressione in coordinate locali, esempi.

**3. L'Applicazione di Gauss di una superficie in  $R^3$ .** Versore normale a una superficie in  $R^3$  e orientabilità. Applicazione di Gauss, esempi. Operatore autoaggiunto e forma bilineare simmetrica associata, teorema spettrale: l'operatore Forma e la seconda forma fondamentale di una superficie in  $R^3$ , curvatures principali. Studio della funzione 'seconda forma fondamentale ristretta al cerchio tangente unitario'. Curvatura Media e di Gauss, punti ellittici, iperbolici, parabolici e planari. Esempi.

**4. Geometria dell'applicazione di Gauss.** Interpretazione geometrica della seconda forma fondamentale: curvatura normale delle curve su una superficie. Teorema di Meusnier. Direzioni di curvatura e direzioni asintotiche. Linee di curvatura: teorema di Olinde Rodrigues. Una superficie con tutti punti ombelicali è contenuta in un piano o in una sfera.

**5. Studio della curvatura di Gauss.** Calcolo della seconda forma fondamentale in coordinate locali. Esempi: superfici di rotazione e superfici 'grafico'. Segno della curvatura di Gauss e posizione del piano tangente. Studio della funzione 'distanza di una superficie da un piano': punti critici e interpretazione geometrica della segnatura dell'Hessiana nei punti critici. Applicazioni dei risultati ottenuti alle superfici compatte. Studio della funzione 'distanza da un punto' e curvatura di Gauss in un punto di massimo. Applicazioni alle superfici compatte. Superfici rigate, superfici Minime.

**6. Isometrie di superfici.** Movimenti rigidi di  $R^3$  e isometrie di superfici. Isometrie locali, esempi. Isometrie conformi e coordinate isoterme. Calcolo dell'operatore Forma in coordinate isoterme. Equazione di Gauss e Theorema Egregium. Esempi, controesempi e applicazioni.

**7. Esercizi.** Esercizi assegnati in classe sul libro di testo e esercizi svolti durante le ore di esercitazioni e tutorato.

### TESTI CONSIGLIATI

- [1] M. DO CARMO , *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice Hall, (1976).

### BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [2] S. MONTIEL, A. ROS , *Curvas y Superficies*. Proyecto Sur, (1998).  
 [3] E. SERNESI , *Geometria 2* . Boringhieri, (1994).  
 [4] A. GRAY, *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica* . CRC Press, (1998).

### MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO