Appello C di AM3 - 16/1/2008

1) Sia $f(x,y) = x^2 + y^2$ e $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 + x^2y^2 = 1\}$. Determinare il valore massimo/minimo di $f(x,y)$ in D ed esibire i punti ove viene raggiunto.

2) Calcolare

$$\int_T \frac{1}{(2-x+y+z)^2} dxdydz,$$

ove $T = \{(x,y,z) : x \geq 0\,, y \leq 0\,, z \leq 0\,, x-y-z \leq 1\}$.

3) Sia $\omega_1 = (2x+3y)dx + (3x-4y)dy + dz$ e $S = \{(x,y,z) : x^2+y^2 = 1-z\,, z > 0\}$.
a) Stabilire se la forma ω_1 è esatta ed in caso affermativo calcolarne una primitiva.
b) Calcolare $\int_{\partial^+ S} w$, ove $\omega = \omega_1 + x^2dy$.
c) Verificare direttamente la validitá del Teorema di Stokes.

4) Calcolare l'area della superficie $\Sigma = \{z = \arctan \frac{x+y}{x-y} : (x,y) \in D\}$, ove $D = \{(x,y) : x \geq 0\,, y \leq 0\,, x^2+y^2 \leq 2\}$.
Sugg. Le funzioni $\sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$ e $\cosh t = \frac{e^t+e^{-t}}{2}$ soddisfano $1 + \sinh^2 t = \cosh^2 t$.