

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2008/2009
AM1 - Analisi Matematica 1

TUTORATO IV - STEFANO SPENSIERI E DORA MARTUCCI (21-10-08)
furettob@yahoo.it dora@matematica3.com

ESERCIZIO 1. Usando il principio di induzione, provare che:

(a) $n! \geq 2^{n-1}$

(b) $n^n \geq n!$

(c) $2^n > 10n \quad (n \geq 6)$

(d) Per $n \in \mathbb{N}$ si definisca $n!!$:

$$1!! = 1 \quad 2!! = 2 \quad (n+2)!! = (n+2)n!!$$

Dimostrare che risulta $(2n)!! = 2^n n!$

ESERCIZIO 2. Trovare, se esistono, estremo superiore e inferiore dei seguenti insiemi e verificare se appartengono agli insiemi:

(a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n+5}{3n-2}; n \in \mathbb{N}\}$

(b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}; n \in \mathbb{N}\}$

(c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x = n + \frac{1}{n}; n \in \mathbb{N}\}$

(d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{1+\frac{1}{n}}; n \in \mathbb{N}\}$

(e) $E = \{x \in \mathbb{R} \mid x = (-1)^n \frac{3n}{n^2+2}; n \in \mathbb{N}\}$

(f) $F = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\cos(n\pi)}{2n+7}; n \in \mathbb{N}\}$

(g) $G = \{x \in \mathbb{R} \mid x = n2^{-n}; n \in \mathbb{N}\}$

ESERCIZIO 3. Ricordare le definizioni e trovare, se esistono, massimo e minimo, estremi sup e inf, insieme dei maggioranti e dei minoranti dei seguenti insiemi:

(a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x = n - \frac{1}{n}; n \in \mathbb{N}\}$

(b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n-1}{n}; n \in \mathbb{N}\}$

(c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x = n \log n; n \in \mathbb{N}\}$

(d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \cos \frac{\pi}{n}; n \in \mathbb{N}\}$