

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Analisi 2

A.A. 2008-2009 - Docente: Prof. G. Mancini

Tutori: Dott. Gabriele Mancini e Luca Battaglia

TUTORATO NUMERO 3 (10 OTTOBRE 2008)
SVILUPPI IN SERIE DI TAYLOR, SERIE DI POTENZE

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:
<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Determinare il raggio di convergenza delle seguenti serie di potenze e discuterne il comportamento sul bordo dell'intervallo di convergenza:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n n^5 x^n & \text{(e)} \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) x^n & \text{(i)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2^{3n} + 3^{2n}) x^n \\ \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n} x^n & \text{(f)} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2} - 3\right)^n & \text{(j)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n! (4x)^n} \\ \text{(c)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{e^n} x^n & \text{(g)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n^2 3^n} & \text{(k)} \sum_{n=0}^{\infty} x^n \int_{\sqrt{n}}^{\sqrt{n+1}} e^{t^2} dt \\ \text{(d)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + n + 1}{n^3 + n^2} x^n & \text{(h)} \sum_{n=0}^{\infty} n^{\log n} x^n & \text{(l)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}\right) x^n \end{array}$$

2. Sviluppare in serie di Taylor nell'origine le seguenti funzioni:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} f(x) = \log(1 - x^3) & \text{(c)} f(x) = e^{x^2 - 1} \\ \text{(b)} f(x) = \frac{1}{x + 10} & \text{(d)} f(x) = \frac{\arctan(x^5)}{x^5} \end{array}$$

3. Calcolare la somma delle seguenti serie di potenze:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n)!} & \text{(c)} \sum_{n=0}^{\infty} n x^n \\ \text{(b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)! 2^{2n+1}} & \text{(d)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+2}}{(n+1)(n+2)} \end{array}$$

4. Esprimere i seguenti integrali come somma di una serie numerica:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \int_0^1 e^{-x^2} dx & \text{(b)} \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx \end{array}$$