Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

AM3 tutorato 9

A.A 2008-2009
Docente: Prof. P. Esposito
Tutori: G.Mancini, E. Padulano
Tutorato 9 del 20 Maggio 2009

Esercizio 1 Sia γ la curva in $\mathbb{R}^2$ di equazione polare $\rho(\theta) = \cos\theta + \sin\theta$ con $\theta \in [0, \pi]$. Calcolare la lunghezza di γ e l'integrale curvilineo $\displaystyle\int_\gamma \frac{xy^2}{x^2+y^2} ds$

Esercizio 2 Calcolare $\displaystyle\int_\alpha \frac{y^2 \sin z}{\sqrt{2+3y^2+2y^4}} ds$ dove $\alpha(t) = (\sqrt{1+t^2}, t, \arctan t)$ $t \in [0,1]$

Esercizio 3 Calcolare l'area della superficie $\Sigma \subseteq \mathbb{R}^3$ definita dalla parametrizzazione $\Phi(u,v) = (u\cos v, u \sin v, u^2)$ $u \in [0, \sqrt{2}]$, $v \in [0, 2\pi]$

Esercizio 4 Calcolare $\displaystyle\int_S \frac{z}{x} d\sigma$ dove S è la superficie in $\mathbb{R}^3$ definita dalla parametrizzazione $\Phi(u,v) = (u^2+v^2, u^2-v^2, 2uv)$ con $(u,v) \in D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{4}{x^2} \leq y \leq 5 - x^2 \ , \ x \geq 0\}$

Esercizio 5 Calcolare l'area superficiale del bordo del sottoinsieme di $\mathbb{R}^3$ ottenuto intersecando il cono $z^2 \geq x^2 + y^2$ con la palla unitaria di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 6 Sia $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = \arctan \frac{y}{x} \mid x^2+y^2 \geq 1 \ , \ x^2+y^2 \leq 2x \ , \ y \geq 0 \ \}$. Calcolare l' integrale di superficie $\displaystyle\int_\Sigma \frac{yz}{\sqrt{1+x^2+y^2}} d\sigma$

Esercizio 7 Sia $\omega = (x+y^2)dx + xzdy + xz^3dz$ calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$ dove $\gamma : [0,\pi] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ è la curva $\gamma(t) = (\sin t, \cos t, \sin t)$.

Esercizio 8 Sia $\omega = \dfrac{e^x}{1+y^2} dx + \left(2y - \dfrac{2e^x y}{(1+y^2)^2}\right) dy$

(a) Provare che ω è una forma differenziale chiusa

(b) Dimostrare che ω è una forma esatta è determinarne un potenziale

(c) Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$ dove $\gamma(t) = (t \arctan t \ , \ e^{\frac{\pi}{4}t - t^2})$ $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$

Esercizio 9 Sia $\omega = \dfrac{2y^3}{(x^2+y^2)^2} dx - \dfrac{2xy^2}{(x^2+y^2)^2} dy$

(a) Stabilire se ω è una forma chiusa in $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$.

(b) Stabilire se ω è una forma esatta in $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$.

Esercizio 10 Calcolare il volume e l'area della superficie laterale di un generico toro di raggi r ed R (*cioè del solido di rotazione ottenuto ruotando attorno all' asse delle z il cerchio del piano yz di equazione* $(y-R)^2 + z^2 = r^2$)