Appello A di AM3 - 1/6/2009

1) [10 punti] Discutere l'invertibilitá locale della mappa

$$F(x,y) = \left(\frac{x}{\ln 2} \ln(2+xy), \frac{\sin(x^2+y)}{y^2+1} \right).$$

in $(0,0)$, fornendo un esempio esplicito di intorno di $(0,0)$ per cui la funzione inversa G esiste.

2) [10 punti] Dati $a,b,c>0$, trovare il parallelepipedo di volume massimo e spigoli paralleli agli assi coordinati che è inscritto nell'ellissoide $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\}$.

3) [10 punti] Calcolare

$$\int_E y \arccos x \, dx \, dy,$$

ove

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \, x^2+y^2 \leq 1, \; y \geq x^2 - 1\}.$$

4) [10 punti] Dati $a,b>0$, siano $\omega = \frac{y^3}{3}dx + \frac{x^3}{3}dy$ e $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\}$. Verificare la validitá del Teorema di Gauss-Green per la $1-$forma ω sul dominio A.

N.B. Coloro che intendono recuperare il primo/secondo esonero dovranno svolgere la prima/seconda coppia di esercizi nel tempo massimo di due ore. Tutti gli altri avranno invece a disposizione tre ore per svolgere tre esercizi a scelta.