Esercitazione AM210 n. 5 - A.A. 2010-2011 - 27/10/10

Estremi liberi per funzioni di piú variabili

1. Trovare i massimi e minimi di $f(x,y) = x^3 + y^3 + xy$, $f(x,y) = 4y^4 - 16x^2y + x$, $f(x,y) = \sin(xy)$.

2. Determinare gli estremi di $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2} + y^2 - 1$.

3. Determinare i punti di massimo e minimo locale delle funzioni $f(x,y) = 2x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y$ e $f(x,y) = (x+y)e^{-xy}$.

4. Studiare i massimi e minimi di $f(x,y) = xy\log(xy^2) + x^2y$.

Soluzioni Esercitazione AM2 n. 5

1. La funzione $f(x,y) = x^3 + y^3 + xy$ ha un punto di sella in $(0,0)$ ed un punto di massimo in $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$. La funzione $f(x,y) = 4y^4 - 16x^2y + x$ ha un unico punto critico in $(\frac{1}{8}, \frac{1}{4})$ che é una sella. La funzione $f(x,y) = \sin(xy)$ ha come punti critici l'origine e gli iperboli $xy = \frac{\pi}{2} + n\pi$, con $(0,0)$ che é una sella, gli iperboli con n pari sono di massimo e quelli con n dispari sono di minimo.

2. Il minimo della funzione é -1 e viene assunto nell'origine, dove peró il gradiente é singolare.

3. (a) I punti critici sono $(0, \pm 1)$ e $(1, \pm 1)$ che sono due selle, un minimo ed un massimo locali. (b) L' unico punto critico é $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ che una sella.

4. Il minimo é $(1, e^{-\frac{3}{2}})$, il massimo é $(1, -e^{-\frac{3}{2}})$.