

Tutorato di AM120

A.A. 2013-2014 - Docente: Prof. G.Mancini

Tutore: Matteo Bruno ed Emanuele Padulano

Tutorato 1 - 21 Febbraio 2014

1. Ricordando i limiti notevoli calcolare i seguenti limiti:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\ln(3x+1)} & \text{(d)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-5} \right)^{x-2} & \text{(g)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^x - 5^x}{4^x - 3^x} \\
 \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \sin(7x)}{\tan(2x)} & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + x^2}{3 \sin(x) - x} & \text{(h)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x(e^{2x} - 1)} \\
 \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x^2 - 1} & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[7]{1+3x} - 1}{\sin(4x)} & \text{(i)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 5}{4 + 2x^2} \right)^{x^2}
 \end{array}$$

2. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni tramite il limite del rapporto incrementale:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} 6x^3 - 2x & \text{(c)} \frac{1}{\sin(x)} & \text{(e)} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} \\
 \text{(b)} |x| & \text{(d)} e^{-x^2} & \text{(f)} \ln(4x^2 - 2x)
 \end{array}$$

3. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni nel punto indicato:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} 4x^2 - 400 & \text{in } x_0 = 3 & \text{(d)} \sqrt[7]{x^2} & \text{in } x_0 = 1 \\
 \text{(b)} \sin(2x) & \text{in } x_0 = -\frac{\pi}{4} & \text{(e)} \ln(x^2 + 2) & \text{in } x_0 = 0 \\
 \text{(c)} e^{x^2-x} & \text{in } x_0 = 2 & \text{(f)} 2^x & \text{in } x_0 = -1
 \end{array}$$

4. Applicando la regola di derivazione della funzione inversa, calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} \arcsin(x) & \text{(b)} \arccos(x) & \text{(c)} \arctan(x)
 \end{array}$$

5. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni tramite le regole di derivazione del prodotto e del quoziente:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} x^3 \sin(x) & \text{(e)} \sqrt[3]{x} \frac{\arcsin(x)}{x^2+2} & \text{(i)} (6x^7 - 2x^5) \arccos(x) \\
 \text{(b)} \frac{x-2}{\ln(x)(e^x+x^2)} & \text{(f)} \frac{a^x-2}{b \ln(x)} & \text{(j)} (\sqrt[5]{x^3} \ln(x) - 1) \sin(x) \\
 \text{(c)} xe^x + x^3 \ln(x) & \text{(g)} x^{-\frac{6}{7}} \arcsin(x) & \text{(k)} \frac{e^x + \sin(x) \cos(x)}{e^x \cos(x) \ln(x)} \\
 \text{(d)} \frac{x \cos(x) \ln(x)}{x^2+4 \sin(x)} & \text{(h)} 2xe^x \cos(x) & \text{(l)} \frac{(|x|-2x^2) \ln(x)}{\tan(x)}
 \end{array}$$

6. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni utilizzando la regola di derivazione delle funzioni composte:

- | | | |
|--------------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| (a) $\ln(\sin(x))$ | (f) $\left(\frac{\ln(x)}{\cos(x)}\right)^{x^3}$ | (k) $\arcsin\left(e^{\frac{1}{2}\ln(1-\cos^2(x))}\right)$ |
| (b) $e^{\cos(x)-3x^2}$ | (g) $(\ln(\cos(2x)))^{3x}$ | (l) $(\arctan(\ln(\sin(x))))^3$ |
| (c) $x^2 \tan(\sqrt{x})$ | (h) $\sqrt{\ln(\arctan(x^2))}$ | (m) $\sqrt[5]{\cos(e^x)}$ |
| (d) x^x | (i) $e^{\frac{x^3+\sin(x)}{x^4 \cos(x)}}$ | (n) $\sin(\sin(\sin(x+199)))$ |
| (e) $e^{\arctan(x^2)}$ | (j) $\sin\left(\frac{3}{x}\right)$ | (o) $\sin\left(\ln\left(2^x + x^3 + \frac{3x^2+1}{\tan(x)}\right)\right)$ |

7. Siano:

$$\bullet \sinh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \bullet \cosh(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

rispettivamente il seno ed il coseno iperbolico.

Verificare che $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.

Calcolare le loro derivate e quelle delle loro funzioni inverse $\sinh^{-1}(x)$ e $\cosh^{-1}(x)$.

Mostrare infine che:

$$\bullet \sinh^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \qquad \bullet \cosh^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$$