

Tutorato di AM120

A.A. 2013-2014 - Docente: Prof. G.Mancini

Tutore: Matteo Bruno ed Emanuele Padulano

Tutorato 11 - 15 Maggio 2014

1. Calcolare:

$$\begin{array}{ll}
 \text{(a)} \int_2^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{(x^2-3)^3}} dx & \text{(d)} \int_{\frac{1}{2}}^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{2x}(2x+1)} \\
 \text{(b)} \int_0^{+\infty} \frac{x^3}{\sqrt[3]{(x^4+8)^5}} + 2xe^{-x} dx & \text{(e)} \int_0^{+\infty} \frac{9x+8}{x^3+2x^2+x+2} dx \\
 \text{(c)} \int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty} \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx & \text{(f)} \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx
 \end{array}$$

2. Discutere la convergenza dei seguenti integrali:

$$\begin{array}{ll}
 \text{(a)} \int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx & \text{(h)} \int_0^1 \frac{(x^x-1)\cos(x)}{\sin(x)} dx \\
 \text{(b)} \int_0^{+\infty} \log(x) \arctan\left(\frac{1}{x}\right) dx & \text{(i)} \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{|x|}(x-4)} \\
 \text{(c)} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{1}{x^2}} \arctan\left(\frac{1}{x}\right) dx & \text{(j)} \int_0^1 \frac{\log(1+\sqrt{x})}{\sin(x)} dx \\
 \text{(d)} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{1}{x^2}} \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right) dx & \text{(k)} \int_4^5 \frac{1-3x}{\sqrt{x}-2} dx \\
 \text{(e)} \int_{-1}^1 \tan(x) \log(x^2) dx & \text{(l)} \int_0^2 \frac{\cos(x)}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} dx \\
 \text{(f)} \int_0^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x^2+1} dx & \text{(m)} \int_0^1 \frac{dx}{x \sin(x)} \\
 \text{(g)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{xe^x}{(x^4+1)\sinh(x)} dx & \text{(n)} \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^4-1}}
 \end{array}$$

3. Discutere la convergenza dei seguenti integrali al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{ll}
 \text{(a)} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x-\frac{\alpha^2}{4x}}}{\sqrt{x}} dx & \text{(d)} \int_0^{\pi} \log(1+\alpha \cos(x)) dx \\
 \text{(b)} \int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-x}}{x^\alpha} dx & \text{(e)} \int_2^3 \frac{x(\sin(x-2))^\alpha}{\sqrt{x^2-4}} dx \\
 \text{(c)} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x}}{1+x} dx & \text{(f)} \int_\alpha^{+\infty} \frac{dx}{(x-2)\sqrt{|x-3|}}
 \end{array}$$

4. Risolvere i seguenti problemi:

- (a) Date $f(x) = x^2$ e $g(x) = \sqrt{x}$, calcolare l'area compresa tra esse e la retta $x = \frac{7}{4}$;
- (b) Calcolare l'area della regione di piano delimitata dall'asse x e dalle parabole $y = x^2 + 4x + 4$ e $y = x^2 - 4x + 4$;
- (c) Calcolare l'area racchiusa tra la circonferenza di raggio 1 centrata nell'origine e la funzione $y = 3|x|$.