

Tutorato di AM120

A.A. 2013-2014 - Docente: Prof. G.Mancini

Tutore: Matteo Bruno ed Emanuele Padulano

Tutorato 7 - 11 Aprile 2014

1. Sia $z \in \mathbb{C}$. Dimostrare che $|z^n| = |z|^n$.

2. Calcolare il modulo dei seguenti numeri complessi:

(a) $\frac{i}{4+3i} + \frac{1}{7+i}$ (c) $\frac{3-i}{(1+i)^2} - \frac{4i}{(i-2)^3}$ (e) $\frac{4i}{2i-1} - \left(\frac{3+2i}{2-i}\right)^2$

(b) $\frac{2i}{2+i} - \frac{7}{2-i}$ (d) $\frac{(2+i)^6}{8}$ (f) $\left(\frac{1}{1+i}\right)^2 - 7i$

3. Sia $z \in \mathbb{C}$. Calcolare parte reale e parte immaginaria di:

- $\sin(z)$ • $\tan(z)$ • $\cosh(z)$
- $\cos(z)$ • $\sinh(z)$ • $\tanh(z)$

4. Determinare i numeri $z, w \in \mathbb{C}$ tali che:

(a) $\begin{cases} (\bar{z} - i)^3 = z + i \\ z^5 + 4z = 0 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} \exp(w)\exp(z) = i - 1 \\ \exp(w) + \exp(z) = -1 - 2i \end{cases}$

(c) $z^2 - \frac{1}{4}(z - \bar{z})^2 - 4 = 8i$

5. Scrivere in forma polare i seguenti numeri complessi:

(a) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 - \sqrt{3}\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ (c) $\frac{5-5i}{5+5\sqrt{3}i} \left(\cos\left(\frac{5}{12}\pi\right) + i \sin\left(\frac{5}{12}\pi\right)\right)$

(b) $-4\sqrt{3} - 4i$ (d) $4 + 7i$

6. Determinare il disco di convergenza delle seguenti serie di potenze e discuterne il comportamento sul bordo del disco di convergenza:

(a) $\sum_{n \geq 1} \frac{z^n}{(2-i)^n}$ (c) $\sum_{n \geq 0} (3+i)^n z^n$ (e) $\sum_{n \geq 1} \frac{z^n}{i^n n^2}$

(b) $\sum_{n \geq 0} \frac{z^n}{(n^2+2)2^n}$ (d) $\sum_{n \geq 0} \frac{z^n}{2+e^{in}}$ (f) $\sum_{n \geq 1} \sin(in)z^n$

7. Calcolare tutte le determinazioni dei seguenti numeri complessi:

(a) i^i (e) $\text{Log}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i}{\sqrt{3}}\right)$

(b) $\text{Log}(2i-3)$

(c) $\text{Log}\left(\frac{2i}{(1+i)^6}\right)$

(d) $\text{Log}\left(\frac{4i}{2+i} - \frac{(i-1)^2}{3+2i}\right)$

(f) $\text{Log}\left(\sum_{n \geq 0} \frac{i^n t^n}{n!}\right)$