

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM110

A.A. 2014-2015 - Docente: Prof. Pierpaolo Esposito

Tutori: Giulio Fiorillo e Alessandro Mazzoccoli

TUTORATO 8

26 NOVEMBRE 2014

1. Discutere la convergenza delle seguenti serie.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(n^2 x)}{n^2 + x^2}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\binom{3n}{n}}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=1}^n \sin\left(\frac{22}{7} i\pi\right)$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \log^{\alpha}(n)}$

2. Calcola le seguenti serie

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$
- $\sum_{n=2}^{\infty} \log\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

3. Calcolare il limite delle seguenti successioni definite per ricorrenza

- $\begin{cases} a_0 = \alpha \geq 0, \\ a_{n+1} = a_n^2 + \frac{1}{4} \end{cases}$
- $\begin{cases} a_0 = \alpha \geq 0, \\ a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{a_n} \end{cases}$
- $\begin{cases} a_0 = \alpha \geq 0, \\ a_{n+1} = \frac{8}{a_n^2} \end{cases}$

4. Studiare il dominio delle seguenti funzioni

- $\sqrt[4]{\log(3x^2 + 2x)}$
- $\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x - 3\sin^2 x}}$
- $\log(x^2 + y^2)$
- $\log\left(\frac{(x^2 + 7x + 12)}{\sqrt{-x^2 + 10x - 16}}\right)$

5. Dimostrare che se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ converge allora $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|a_n|}{n}$ converge (Suggerimento : $\alpha^2 + \beta^2 \geq 2|\alpha\beta| \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$)