

PAC - 24 MAGGIO 2007

E 12. Approssimazione normale (Teorema centrale del limite).

Siano Y_1, \dots, Y_N copie indipendenti di una variabile di Bernoulli di parametro p . Sia X_N la variabile

$$X_N = \frac{1}{\sqrt{p(1-p)N}} \sum_{i=1}^N (Y_i - p).$$

Si ricordi il limite di De Moivre – Laplace

$$\mathbb{P}[X_N \in (a, b)] \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \quad N \rightarrow \infty \quad (0.1)$$

La (0.1) stabilisce che X_N è approssimata da una normale $N(0, 1)$ per N grande. Considerando differenti valori di p , si effettui una verifica del risultato (0.1), graficando un istogramma delle frequenze per la variabile X_N (per N fissato) e confrontandolo con l'istogramma ottenuto nell'esercitazione precedente.

Suggerimenti

E 12. Una volta generate le bernoulliane $\{Y_i\}_{i=1}^N$ con N fissato (e.g. $N = 10^3$) si calcola la variabile X_N come nel testo. Generiamo poi M (e.g. $M = 10^3$) copie indipendenti della X_N , che chiameremo X_N^1, \dots, X_N^M . Questi valori possono essere utilizzati nel modo usuale per ottenere un istogramma delle frequenze. Per M e N grandi l'istogramma approssima quello ottenuto nell'esperienza E11.