

# AL5 Anelli commutativi ed ideali

A.A. 2004/2005

Prof. Marco Fontana

## Anelli di valutazione ed applicazioni

Anelli di polinomi e anelli di serie formali. Ideali in anelli di polinomi. Sistemi moltiplicativi. Localizzazioni ed anelli locali. Domini di Bézout. Domini a fattorizzazione unica e loro caratterizzazioni. Domini ad ideali principali. Ideali primi e massimali, ideali radicali.

Dipendenza integrale e normalizzazione. Valutazioni. Gruppi di valori. Gruppi (totalmente) ordinati. Gruppi di divisibilità. Anelli di valutazioni. Teorema di Krull sulla chiusura integrale. Estensioni di valutazioni. Sopraanelli di anelli di valutazione, ideali primi e sottogruppi isolati del gruppo di valori. Valutazioni discrete. Valutazioni  $p$ -adiche. Anelli di serie formali. Localizzazioni di anelli di polinomi a coefficienti in un campo.

Teoria della ramificazione. Indici di ramificazione e gradi residui. Caso di estensioni quadratiche di  $\mathbf{Q}$ .

Teoremi di approssimazione per valutazioni indipendenti. Legami con varie forme del Teorema Cinese dei Resti.

Anelli e campi topologici. Topologie adiche. Completamenti. Completamenti di anelli di valutazione discreta del tipo  $k+M$  ed immersioni in campi di serie di Laurent. Completamenti di anelli di valutazione di tipo generale (cenni).

Valori assoluti e valori assoluti ultrametrici, legami con le valutazioni a valori reali (cenni). Estensioni delle valutazioni discrete canoniche dei campi di serie formali.

Campi di funzioni algebriche. Superficie di Riemann astratta associata ad un campo di funzioni algebriche in una variabile (Dedekind-Weber, Zariski). Superficie di Riemann astratte e spazi spettrali di Hochster (cenni).

## TESTI CONSIGLIATI

- [1] M.F. ATIYAH, I.G. MACDONALD, *Introduction to Commutative Algebra*. Addison-Wesley, (1969).
- [2] N. BOURBAKI, *Algèbre commutative, Ch. 1, 2, 5, 6*. Hermann, (1961-1965).
- [3] M. FONTANA, *Appunti manoscritti di un corso tenuto all'INdAM*.
- [4] R. GIMER, *Multiplicative ideal theory*. Dekker, (1972).
- [5] I. KAPLANSKY, *Commutative rings*. Allyn and Bacon, (1970).
- [6] P. RIBENBOIM, *The theory of classical valuations*. Springer, (1999).
- [7] O. ZARISKI, P. SAMUEL, *Commutative Algebra*. Van Nostrand, (1958).

## BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [8] G. BACHMAN, *Introduction to  $p$ -adic numbers and valuation theory*. Academic Press, (1964).
- [9] O. ENDLER, *Valuation theory*. Springer, (1972).
- [10] M. FONTANA, J. HUCKABA, I. PAPICK, *Prüfer domains*. Dekker, (1997).
- [11] M. KNEBUSCH, D. ZHANG, *Manis valuations and Prüfer extensions, I*. Springer, (2002).
- [12] HUI SHI LI, *An Introduction to Commutative Algebra*. World Scientific, (2004).
- [13] M. NAGATA, *Local rings*. Wiley Interscience, (1962).
- [14] P. RIBENBOIM, *Théorie des valuations*. Presses de l'Université de Montréal, (1964).
- [15] O.F.G. SCHILLING, *The theory of valuations*. American Mathematical Society, (1950).

## MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

Gli studenti che hanno sostenuto con esito positivo, nel corso del semestre, le prove di valutazione parziale (“esoneri” e seminari) accedono direttamente al colloquio di verbalizzazione del voto proposto dal docente, da effettuarsi durante la I Sessione di Esame (Appello **A** o **B**).

Per tutti gli studenti che non si avvalgono della possibilità della valutazione del profitto durante il corso, l'esame finale consiste in una prova orale o/e scritta, comprendente anche domande di tipo teorico.

Gli studenti che non hanno frequentato il corso debbono prenotarsi almeno 10 giorni prima dell'appello d'esame, contattando il docente nell'orario di ricevimento.