

Tutorato di TN1 - Teoria dei Numeri

a.a. 2006/2007

Gabriele Fusacchia e Valeria Pucci

27 Marzo 2007 - Tutorato V

(1) Trovare le eventuali soluzioni delle seguenti congruenze:

(a) $-X^2 - 3X + 4 \equiv 0 \pmod{540}$

(b) $X^2 + 5X + 6 \equiv 0 \pmod{1125}$

(2) Trovare le eventuali soluzioni delle seguenti congruenze:

(a) $X^3 + 22X^2 + 71X - 238 \equiv 0 \pmod{135}$

(b) $X^6 - 1 \equiv 0 \pmod{14}$

(c) $4X^3 + 7X^2 + 12X + 9 \equiv 0 \pmod{54}$

(d) $X^3 + X^2 - 16X + 20 \equiv 0 \pmod{27}$

(e) $X^3 - 13X^2 - 145X + 1309 \equiv 0 \pmod{135}$

(f) $X^{11} - 4 \equiv 0 \pmod{15}$

(3) Trovare le eventuali soluzioni (x, y) della seguente equazione diofantea:

$$X^2 + X + 7 - 9Y = 0$$

(4) Sia $*$ il prodotto di Dirichlet, e sia $F = \sigma * \tau$, con

$$\sigma(n) = \sum_{d|n} d \quad \tau(n) = \sum_{d|n} 1$$

Calcolare $f(15)$, dove f è la funzione aritmetica determinata dalla formula di inversione di Möbius, tale che

$$F(n) = \sum_{d|n} f(d)$$