

## AL 1 - Lavoro guidato

Giovedì 14 dicembre 2006

1. Determinare il massimo comun divisore e un'identità di Bezout per le seguenti coppie di polinomi:
  - 1)  $f(X) = 4X^4 - 12X^3 + 13X^2 - 8X + 2, g(X) = 4X^3 - 12X^2 + 11X - 3 \in \mathbb{Q}[X]$
  - 2)  $f(X) = \bar{3}X^4 + X + \bar{4}, g(X) = \bar{2}X^3 + \bar{4}X^2 + \bar{3}X + \bar{2} \in \mathbb{Z}_5[X]$ .
2. Sia  $f(X) = X^7 + 2X^6 + 3X^5 + 4X^3 + 5X^2 + 6X + 7 \in \mathbb{Z}[X]$ . Calcolare  $f(2)$  utilizzando la regola di Ruffini.
3. Sia  $f(X) = c_0 + c_1X + \dots + c_nX^n \in \mathbb{Z}[X]$  e sia  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$  una radice razionale di  $f(X)$ . Dimostrare che  $a|c_0$  e  $b|c_n$ .
4. Determinare se i seguenti polinomi sono irriducibili:
  - 1)  $X^2 + 1, X^2 - 1, X^3 + X - 1 \in \mathbb{Q}[X]$ .
  - 2)  $X^3 + \bar{3}X + 1, X^4 + X^3 + X + \bar{3} \in \mathbb{Z}_5[X]$ .