

**Università degli Studi Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2011/2012**  
**TN410 - Introduzione alla teoria dei numeri**  
**Esercizi 3**

1. Utilizzando l'esponenziazione modulare, calcolare  $9^{83} \pmod{15}$  e  $11^{35} \pmod{38}$ .
2. Trovare una soluzione di ciascuna delle seguenti congruenze:
  - (a)  $X^2 \equiv -1 \pmod{17}$ ;
  - (b)  $X^2 \equiv -1 \pmod{53}$ .
3. Determinare tutte le (eventuali) soluzioni delle seguenti congruenze polinomiali:
  - (a)  $X^4 + 1 \equiv 0 \pmod{243}$ ;
  - (b)  $X^2 - 12X + 5 \equiv 0 \pmod{243}$ ;
  - (c)  $X^3 + 1 \equiv 0 \pmod{28}$ ;
  - (d)  $X^3 + 2X^2 + 3X + 6 \equiv 0 \pmod{27}$ .
4. Determinare tutte le (eventuali) soluzioni della congruenza polinomiale:
$$X^4 + 51X^3 + 35X^2 + 21X + 36 \equiv 0 \pmod{189}.$$
5. Determinare tutte le (eventuali) soluzioni delle seguenti congruenze polinomiali:
  - (a)  $X^2 + 5X + 4 \equiv 0 \pmod{49}$ ;
  - (b)  $X^3 + 4X^2 + 19X + 1 \equiv 0 \pmod{125}$ ;
  - (c)  $X^7 + X^6 + X^5 + X^4 + X^3 + X^2 + X + 1 \equiv 0 \pmod{8}$ ;
  - (d)  $X^{18} + 4X^{14} + 3X + 10 \equiv 0 \pmod{21}$ .
6. (1° esonero 2010-2011) Determinare tutte le (eventuali) soluzioni della seguente congruenza polinomiale:

$$f(X) = X^3 - 134X^2 + 66X + 451 \equiv 0 \pmod{845}$$