

**Università degli Studi Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2013/2014**  
**TN410 - Introduzione alla teoria dei numeri**  
**Esercitazione 2**  
**22 marzo 2014**

1. (1 esonero A.A. 2011/2012) Si consideri il seguente sistema lineare in due indeterminate:

$$\begin{cases} 2X + \lambda Y \equiv \lambda - 1 \pmod{13} \\ \lambda X + 6Y \equiv 10 \pmod{13} \end{cases}$$

- (a) Stabilire quando, al variare di  $\lambda$  con  $0 \leq \lambda \leq 12$ , il sistema è risolubile e nei casi in cui è risolubile quante soluzioni ammette.
- (b) Trovare le eventuali soluzioni del sistema dato per  $4 \leq \lambda \leq 6$ .
2. (Appello A, A.A. 2010/2011) Trovare, al variare del parametro  $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq 4$ ), le soluzioni del seguente sistema lineare in tre indeterminate:

$$\begin{cases} X + Y + \lambda Z \equiv 1 \pmod{5} \\ X + \lambda Y + Z \equiv 1 \pmod{5} \\ \lambda X + Y + Z \equiv \lambda \pmod{5} \end{cases}$$

3. (1 esonero A.A. 2010/2011) Trovare, al variare del parametro  $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq 4$ ), le soluzioni del seguente sistema lineare in due variabili:

$$\begin{cases} \lambda X + 3Y \equiv 1 \pmod{5} \\ 2X - \lambda Y \equiv 4 \pmod{5} \end{cases}$$

4. (Appello X, A.A. 2010-2011) Si consideri il seguente sistema lineare in due variabili:

$$\begin{cases} 5X - 3Y \equiv 3 + 4\mu \pmod{11} \\ 7X - \lambda Y \equiv 8 \pmod{11} \end{cases}$$

- (a) Stabilire quando, al variare di  $\lambda$  e  $\mu$  con  $0 \leq \lambda, \mu \leq 10$ , il sistema è risolubile e nei casi in cui è risolubile quante soluzioni ammette.
- (b) Trovare, se esistono, le soluzioni del sistema dato per  $2 \leq \lambda \leq 3$  e  $5 \leq \mu \leq 6$ .
5. Utilizzando l'Algoritmo di Gauss determinare una radice primitiva dell'unità modulo 23.