

## IX tutorato di analisi matematica 1a

Gabriele Nocco      Stefano Urbinati

5 dicembre 2005

**Esercizio 1.** Calcolare i seguenti limiti:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\sin n}{n}\right)^{n^2}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+3}{n^2+1}\right)^{n^3}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 2n) \sin\left(\frac{1}{3n^2+7}\right)$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\log \left[ \left( \frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}} \right)^{\sqrt{n}^n} \right]}$

e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln \left[ \left( \frac{n+2}{n^2} \right) e^{n-1} \right]}{2n}$

**Esercizio 2.** Utilizzando il criterio del rapporto, stabilire il carattere delle seguenti serie:

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n n$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} n 2^{-n}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{4^n}$

d)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

**Esercizio 3.** Utilizzando il criterio della radice, stabilire il carattere delle seguenti serie:

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} n^{-n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^n$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{n^2+3n+1}\right)^n$

d)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\log n}{n}\right)^n$

**Esercizio 4.** Dire se le seguenti serie convergono:

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n+2}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n+1}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

d)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$

**Esercizio 5.** Dire per quali  $x$  le seguenti serie sono convergenti:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$

b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1+x}{1+nx} \right)^n$