

Am1c – Tutorato XII

Formula di Taylor, limiti e integrali impropri

Venerdì 26 Maggio 2006

Filippo Cavallari, Fabio Pusateri

Esercizio 1 Calcolare il polinomio di Taylor delle seguenti funzioni nei punti indicati:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \arctan x + \sin^2 x (1 - \cos 2x)}{27x^4 + 5 \sin x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x \cos x - \cos x - \sin x}{(x - \pi/2)^2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^3 - \sin^3 x}{x^3 (\cos x^3 - \cos^3 x)}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) \arctan x - x \sin x}{\arctan x + 1 + \ln(1+x) + \cos x}$$

Esercizio 2 Studiare il comportamento dei seguenti integrali impropri (convergenza assoluta e non) al variare dei parametri:

$$(1) \int_{\pi/2}^{+\infty} \frac{\sin x}{x^a} dx$$

$$(2) \int_0^{+\infty} \frac{x - a \sin x}{x^3} dx$$

$$(3) \int_0^{+\infty} \frac{x - \sin x}{x^a} dx$$

$$(4) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{|x|^a} dx$$

Esercizio 3 Dire quali dei seguenti integrali convergono assolutamente, convergono ma non assolutamente, non convergono:

$$(1) \int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x - e^{-x}} dx$$

$$(2) \int_0^{\pi/2} \log(\sin x) dx$$

$$(3) \int_2^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{(x^2 - 3)^3}} dx$$

$$(4) \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\sinh x) dx$$