

Am1c – Tutorato II

Limiti e Continuità

Venerdì 3 Marzo 2006

Filippo Cavallari, Fabio Pusateri

Esercizio 1 Calcolare i seguenti limiti motivando i passaggi svolti:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin(x^3 - 4x^2 + x - 4)}{\sin(x^2 - 6x + 8)}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - x + x^2)}{x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + e^x)^x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^x$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin x \left[\ln(\sqrt{x} + 1) - \ln(\sqrt{x-1}) \right]$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\ln x}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} 3^x - x^4$$

Esercizio 2 Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{h \rightarrow 0} f(x+h) - f(x-h) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Questo implica che la funzione è continua?

Esercizio 3 Discutere la continuità delle seguenti funzioni:

$$(1) f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^{2n+1}}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} x^5 \sin^4\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{x^2} 5^{\frac{1}{x}} & x \neq 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases}$$

$$(4) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 7x + 10}{x + 5} & x \neq -5 \\ 4 & x = -5 \end{cases}$$

Esercizio 4 Dire per quali valori dei parametri le seguenti funzioni sono continue

$$(1) f(x) = \begin{cases} ax + b & x \geq 1 \\ cx^2 + dx + 2 & x < 1 \end{cases}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} ax^8 + 7 & x \neq 0 \\ e^{bx} - c & x = 0 \end{cases}$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} x^a \sin^4 x & 0 < x < 1 \\ 0 & x = 0 \\ |x|^b \cos^3\left(\frac{1}{x}\right) & -1 < x < 0 \end{cases}$$