

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica  
Tutorato di AM1 - A.A. 2006/2007  
Tutore: Dott. Nazareno Maroni

Tutorato n.2 del 13/10/2006

1. Risolvere le seguenti disequazioni.

1.1)  $\frac{x-1}{x^2+x} > 0$

1.2)  $\frac{x^2-x}{|x|} \geq 1$

1.3)  $\frac{|x-3|}{|x-3|} < 2$

1.4)  $\left| \frac{|x-2|+1}{|x-3|-1} \right| \leq 4$

1.5)  $1 + \sqrt{2 \log^2 x + 3 \log x - 2} > \log x$

1.6)  $|\cos x| < \frac{1}{\sqrt{2}}$

1.7)  $\frac{\cos x}{\tan x} - \sin x > 0$

1.8)  $\frac{1+\sin x-2\cos^2 \frac{x}{2}}{\sin x - \tan \frac{x}{2}} < 0$

2. Sia  $\mathbb{N}^2 = \{(n_1, n_2) | n_1, n_2 \in \mathbb{N}\}$ , sia  $\mathcal{R}$  una relazione così definita:

$$(n, k)\mathcal{R}(m, h) \Leftrightarrow n + h = m + k.$$

Dire di quali proprietà gode e se è una relazione d'equivalenza. Trovare le classi di equivalenza.

3. Dire quali delle seguenti sono relazioni d'equivalenza in  $\mathbb{R}$  e stabilirne le classi:

3.1)  $xy \geq 0$

3.3)  $x \geq y$

3.5)  $x - y \in \mathbb{Q}$

3.7)  $\cos x \leq \cos y$

3.2)  $x^3 = y^3$

3.4)  $x(y^2 - 2) = y(x^2 - 2)$

3.6)  $x^2 + y^2 \geq 0$

3.8)  $\cos x = \cos y$

4. Dire se le seguenti sono relazioni d'equivalenza in  $\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ :

4.1)  $x^y = y^x$

4.2)  $xy > 0$

5. Sia  $\mathbb{Z}^2 = \{(z_1, z_2) | z_1 \in \mathbb{Z}, z_2 \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}\}$ . Dire se le seguenti sono relazioni d'equivalenza e stabilirne le classi.

5.1)  $(x_1, y_1)\rho(x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 + x_2 = x_1 + y_2$

5.2)  $(x_1, y_1)\rho(x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 y_2 = x_2 y_1$