COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT.
....										

1. Dopo aver descritto la nozione di iniettività e suriettività per applicazioni di insiemi, dire se (e perchè) la seguente funzione è iniettiva, suriettiva, se ne descriva l'immagine e si descriva la preimmagine degli elementi del codominio: $f : \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3, 4\} \to \{1, 2, 3, \ldots, 12\}, (x, y) \mapsto xy$

2. Dopo aver descritto la nozione di relazione di equivalenza, si dimostri che la seguente relazione su $\mathbf{Z}$: $x\rho y \iff xy \in \mathbf{N}$ è di equivalenza e se ne descrivano le classi di equivalenza

3. Si dimostri per induzione che per ogni $n \in \mathbf{N}_{>}$ i numeri $2^{2^n} + 3^{2^n} + 5^{2^n}$ e $6^{2^n} + 10^{2^n} + 15^{2^n}$ sono divisibili per 19.

4. Dopo aver enunciato i cinque assiomi di Peano, si dimostri che è possibile costruire un sistema finito che soddisfa solo 4 dei 5 assiomi.

5. Si descrivano tutte le soluzioni della seguente equazione congruenziale: $6X \equiv 9 \bmod 15$.

6. Dimostrare che l'insieme $\mathbf{N}[X]$ dei polinomi a coefficienti in $\mathbf{N}$ è un monoide additivo rispetto alla somma ma non è un gruppo. Quali degli altri assiomi di anello soddisfa?

7. Determinare la parte reale e la parte immaginaria del seguente numero complesso: $\frac{3+i}{2-i} + (1+i)^5$.

8. Determinare gli elementi invertibili rispetto al prodotto dell'anello $\mathbf{Z}/16\mathbf{Z}$ e si determini l'inverso di ciascuno di essi.

9. Determinare il numero di permutazioni in S_6 che si può scrivere come il prodotto di due 3–cicli disgiunti e dimostrare che l'insieme di tali permutazioni non è chiuso rispetto alla composizione.